ケインズ・モデルにおける調整速度

吉岡守行

一　序論

新古典派成長モデルにおける調整速度の問題——体系が一つの均衡から他の均衡まで移行するのにどれだけの時間を要するかという問題——については、Ryuzo Sato〔9〕を発端として Kazuo Sato〔8〕、Conlisk〔1〕等多数の論者により分析がなされたのであるが——ごく最近のこの問題に関する文献としては、例えば Williams and Crouch〔10〕が挙げられる——ケインズ・タイプのモデルにおける調整速度の問題——与えられた条件のもとで均衡国民所得が成立している時、何らかの理由によりその条件に変更がもたらされた場合、すなわち例えば民間の投資かあるいは政府支出が増加した場合、それに対応して均衡国民所得にこの民間の投資かあるいは政府支出の乗数倍の増加がもたらされる、この場合の古い均衡国民所得から新しい均衡国民所得への移行に要する時間に関する問題——についての分析は、寡聞にして、ことにこれから本稿においてとられるような方法では、皆無であるように思われる。ケインズの動学体系の安定分析については Samuelson〔6〕でなされていることは周知であるが、これより一歩前進して簡単なケインズ・モデルの調整速度について分析を試みんとするのが本稿の目的である。

ところで調整速度の問題としては

㈠均衡から均衡への移行には具体的にどれだけ時間がかかるか、つまりそれに要する時間を計算すること

㈡どのようなパラミターが調整速度にどのように影響をおよぼすかを明らかにすること等が考えられるのであるが、本稿では㈡の点を中心に分析を進めることにする。(1)

ここでのケインズ・モデルは資本設備一定の仮定の上にたつ短期モデルであり、したがって調整速度についてあまり考慮をはらう必要がないとおおまかに考える論者があるかもしれないが、例えば動学的乗数過程では理論上は無限大の時間のかなたにおいてはじめて古い均衡国民所得の乗数倍の新しい均衡国民所得が成立する——完全な調整が達成される——のであるから、実際問題としてはこのような無限大の時間よりも完全に近い調整を達成するのに必要な時間のほうがより現実的に意味のあることであり、したがってこうした完全に近い調整に必要な時間についていろいろと理論的に分析することは意義のあることなのである。

(1) 具体的に調整時間を計算することは理論上いろいろ問題点がある。

二　記　号

本稿で用いられる記号を次の如く定める。

Y＝国民所得

C＝消費

S＝貯蓄

I＝投資
T＝租税額
G＝政府支出
X^*＝変数Xの均衡値
$\overline{X}$＝変数Xの一定値
X_0＝変数Xの初期値
a＝限界貯蓄性向
b＝基礎的消費
α＝限界投資性向
β＝投資関数パラミター
m＝税率
h＝租税関数パラミター
k＝反応速度係数
t＝時間

三　モデル・I

われわれはまず政府活動および外国貿易は存在せず、貯蓄は個人貯蓄のみからなる最も簡単な経済から分析を

はじめることにする。これらの仮定のもとでは、国民所得は消費と投資の和に等しくなる。

(1)　$Y=C+I$

又国民所得は消費されるか貯蓄されるかのいずれかであるから

(2)　$Y=C+S$

投資はあらゆる時点を通じて一定額保証されている、つまり外生的タイプのものであるとする。

(3)　$I=\bar{I}$

貯蓄関数は次の如く国民所得の一次関数で表わされるものを仮定する。

(4)　$S=-b+aY$

以上で四つの式、四つの未知数（Y、C、S、I）からなる一つの体系が成立した。

均衡国民所得が成立するための条件つまり均衡条件は(1)、(2)、(3)、(4)より

(5)　$\bar{I}=S=-b+aY$

である。

われわれは調整速度を検討するために、(5)を次の如く書き改める。

(6)　$$\frac{dY}{dt}=k(\bar{I}-S)=k(\bar{I}-aY+b)$$

(6)の解は

(7)　$$Y=Y^*+(Y_0+Y^*)e^{-kat}$$

である。(7)より $\lim_{t\to\infty} Y=Y^*$ つまり均衡国民所得が安定であるための条件は、限界消費性向が1より小であることであるということが了解される。

(8) $$\varepsilon=\frac{Y-Y_0}{Y^*-Y_0}$$

と定義すると、εはYのY_0からY^*への調整がt時点においてどれだけ行なわれているかについての割合を示す。

かくてYが百εパーセント調整するのに要する時間は(7)、(8)から

(9) $$t(\varepsilon)=-\frac{1}{ka}ln(1-\varepsilon)$$

で与えられることになる。

調整時間はεが与えられるとkaの逆数に比例することが分かる。すなわち反応速度係数が大であればあるほど、限界貯蓄性向の値が大であればあるほど、換言すれば限界消費性向の値が小であればあるほど、調整速度は早くなる。

四　モデル・II

前節では所得に関して線型である貯蓄関数を前提としたが、本節ではその(4)にかえて

(10) $$S=S(Y)$$

を採用する。

(3)　$I=\bar{I}$

の仮定はそのまま保持する。

均衡条件式は

(11)　$\bar{I}=S(Y)$

となる。したがって次の動学方程式を考察する。

(12)　$\dfrac{dY}{dt}=k[\bar{I}-S(Y)]$

(12)をY^*を中心としてテイラー展開し、二次以上の項を無視すれば

(13)　$\dfrac{dY}{dt}=k[-S'(Y^*)(Y-Y^*)]$

を得る。この微分方程式の解は

(14)　$Y=Y^*+(Y_0-Y^*)e^{-kS'(Y^*)t}$

である。(14)より

(15)　$t(\varepsilon)=-\dfrac{1}{kS'(Y^*)}ln(1-\varepsilon)$

を得る。

かくして調整速度について前節とほぼ同様の結論に到達したのであるが、ただし限界貯蓄性向（限界消費性向）

は均衡国民所得のもとでのその値がここでは問題となっているのである。

五　モデル・III

今までは投資は外生的投資のみを問題としたが、本節では投資は所得の一次関数であるというタイプの投資関数を採用する。

すなわち

(16)　$I=\beta+\alpha Y$

貯蓄関数としては

(4)　$S=-b+aY$

を前提とする。

均衡条件は

(17)　$\beta+\alpha Y=-b+aY$

となる。よって問題とすべき動学方程式は

(18)　$\dfrac{dY}{dt}=k[(\alpha-a)Y+(\beta+b)]$

である。

(18)の解は

(19) $Y=Y^*+(Y_0-Y^*)e^{k(\alpha-a)t}$

で与えられる。(19)より均衡国民所得の安定条件は限界投資性向と限界消費性向の和が1より小であることであるということが分かる。

(19)を変形すると

(20) $t(\varepsilon)=\dfrac{1}{k(\alpha-a)}ln(1-\varepsilon)$

となる。

かくしてεが与えられると調整時間は反応速度係数が大であればあるほど、限界投資性向および限界消費性向の値が小であればあるほど早くなる。

六　モデル・IV

前節では投資および貯蓄関数が国民所得の一次式で表わされるケースを検討したが、本節ではこれらの仮定を放棄して両者について次のような一般的な関数形を採用する。

(21) $I=I(Y)$

(10) $S=S(Y)$

均衡条件および動学方程式は

(22) $I(Y)=S(Y)$

(23) $$\frac{dY}{dt}=k[I(Y)-S(Y)]$$

である。(23)をY^*を中心としてテイラー展開し二次以上の項を無視すれば

(24) $$\frac{dY}{dt}=k[(I'-S')(Y-Y^*)]$$

を得る。

(24)の解は

(25) $$Y=Y^*+(Y_0-Y^*)e^{k(I'-S')t}$$

で与えられる。(25)より

(26) $$t(\varepsilon)=\frac{1}{k(I'-S')}ln(1-\varepsilon)$$

が得られる。これより調整速度について前節とほぼ同様な結論が得られるのである。

七　モデル・V

これまでは政府活動の存在を無視してきたが、本節では政府活動を含む簡単なモデルを考察する。本節の体系は次の如く示される。

(27) $$Y=C+I+G$$

(28) $Y=C+S+T$

(29) $S=-b+a(Y-T)$

(3) $I=\bar{I}$

(30) $G=\bar{G}$

(31) $T=\bar{T}$

政府の経済活動が考慮されるので、モデル・Iでの(1)、(2)式は(27)、(28)のように修正される。(29)は貯蓄は可処分所得の一次関数であることを示している。投資および政府支出は外生的に一定額保証されていると仮定すると(3)、(30)を得る。(31)は定額（あるいは人頭）税 {lump-sum (or “head” or “poll”) tax} の仮定を定式化したものである。

以上の体系より

(32) $\bar{I}+\bar{G}=S+\bar{T}$

(33) $\dfrac{dY}{dt}=k[\bar{I}+\bar{G}+b-aY+(1+a)\bar{T}]$

という均衡条件式および動学方程式を得る。

(34) $Y=Y^*+(Y_0-Y^*)e^{-kat}$

は(33)の解である。(34)を変形すると

(35) $t(\varepsilon)=-\dfrac{1}{ka}ln(1-\varepsilon)$

となる。かくして調整速度についてはモデル・Ⅰの場合と同様の結論が得られる。

八　モデル・Ⅵ

前節では政府活動を考慮したモデルを問題とし定額（あるいは人頭）税を前提として分析を行ったが、本節での政府活動を含むモデルでは、租税徴収額は国民所得の一次関数であるというタイプの租税関数を採用する。

(36)　$T=h+mY$

貯蓄関数は(36)の影響をうけて

(29)′　$S=-b+a(Y-T)=-(b+ah)+a(1-m)Y$

となる。

(27)、(28)、(3)、(30)は本節では引き続いて保持される。

(37)　$\bar{I}+\bar{G}=-b+(1-a)h+[a+(1-a)m]Y$

が均衡条件式で

(38)　$\dfrac{dY}{dt}=k[\bar{I}+\bar{G}+b-h(1-a)-\{a+(1-a)m\}Y]$

が動学方程式となる。

(38)の解は

(39)　$Y=Y^*+(Y_0-Y^*)e^{-k\{a+(1-a)m\}t}$

である。

(39)より

$$t(\varepsilon)=-\frac{1}{k\{a+(1-a)m\}}ln(1-\varepsilon) \tag{40}$$

を得る。

$$\frac{\partial(a+m+am)}{\partial e}\gtreqless 0 \quad \text{according as} \quad 1\gtreqless a \tag{41}$$

$$\frac{\partial(a+m-a)m}{\partial a}\gtreqless 0 \quad \text{according as} \quad 1\gtreqless m \tag{42}$$

なる故、 ε が与えられると反応速度係数が大となればなるほど、税率が高ければ高いほど、調整速度は早くなる。税率が1より小の時は限界貯蓄性向が大となると調整速度は遅くなるのである。

参考文献

〔1〕 Conlisk, J., Unemployment in a Neoclassical Growth Model: The Effect on Speed of Adjustment," *Econ. Jour.*, Vol. 76, No. 303 (Sept., 1966) 550—566.

〔2〕 Dernburg, T. F. and McDougall, D. M., *Macroeconomics*, Fourth Edition, New York: McGraw-Hill, 1972.

〔3〕 Keynes, J. M., *The General Theory of Employment, Interest and Money*, London, Macmillan, 1936.

〔4〕 Lange, O., "The Theory of the Multiplier," *Econometrica*, Vol. 11, No. 3 & 4, (July-Oct., 1943) 227—245.

〔5〕 Musgrave, R. A., *The Theory of Public Finance*, New York : McGraw-Hill, 1959.

〔6〕 Samuelson, P. A., *Foundations of Economic Analysis*, Cambridge, Mass. Harvard University Press., 1947.

〔7〕 Samuelson, P. A., "The Simple Mathematics of Income Determination," in *Income, Employment and Public Policy, Essays in Honor of Alvin H. Hansen*, New York : W. W. Norton & Company, Inc., 1948.

〔8〕 Sato, K., "On the Adjustment Time in Neo-Classical Growth Models," *Rev. Econ. Stud.*, Vol. 33 (3), No. 95 (July, 1966) 263—268.

〔9〕 Sato, R., "Fiscal Policy in a Neo-Classical Growth Model : An Analysis of Time Required for Epuilibrating Adjustment," *Rev. Econ. Stud.*, Vol. 30 (1), No. 82 (Feb., 1963) 16—23.

〔10〕 Williams, R. L. and Crouch, R. L., "The Adjustment Speed of Neoclassical Growth Models," *Journal of Economic Theory*, Vol. 4, No. 3 (June, 1972) 552—556.