道徳的危険：基本モデルと拡張

小　平　　裕

1.　はじめに

これまで，契約の締結時に情報が非対称である場合にどのような問題が生じるか，またその問題はどのようにすれば解決されるかを検討してきた。本稿では，関係する私的情報が契約締結後に入手可能になると考えられる状況を取り上げる[1)]。このような情報非対称性の下では，情報優位である

1)　もう１つの例は，契約に参加する全ての当事者に関する情報を，一方の当事者だけが私的に持っている状況であって，この場合には逆選択の問題が生じる可能性がある。これについては，別の機会に検討したい。

当事者に日和見主義的な行動をする可能性が生まれる。この問題は，小平(2016a) (2016b) で示したように，プリンシパル・エイジェントの枠組みを使って分析するのが便利である。

すなわち，プリンシパル（本人）と呼ばれる主体とエイジェント（代理人）と呼ばれる主体の間で，エイジェントがプリンシパルの目的を遂行するために，プリンシパルに代わって行動する契約を結ぶ。エイジェントの行為の成果は，エイジェントの行為だけではなく，両方の当事者が制御できない自然の条件によっても左右される。プリンシパルはエイジェントの行為に対して，成果の中からエイジェントに報酬を支払い，その残余を自分の純利潤として獲得する請求権を有する。しかし，プリンシパルとエイジェントの目的は一致しない。エイジェントの行為選択がエイジェント自身の利己的な動機に基づくものではなく，プリンシパルの目的に本当に合致しているものかどうかを，プリンシパルが判断することは困難あるいは不可能であるために，エイジェントの側に契約後の日和見主義の問題が生じる可能性がある。

ここで2種類の情報非対称性が考えられる。

(i)　隠された情報

契約締結時に，エイジェントはプリンシパルよりも優れた情報を持っている。例えば，販売地区を分けて事業を行っている販売会社を考えると，特定地域の担当者（エイジェント）は自分が担当する市場について，その会社の経営者（プリンシパル）よりも通常，優れた知識を持っている。

(ii)　隠された行為（道徳的危険）

プリンシパルの利得はエイジェントの行為と全体的な運とにより左右されるが，プリンシパルがエイジェントの行為を監視することは困難あるいは不可能である。例として，タクシー会社の経営者（プリンシパル）と運転手（エイジェント）を取り上げよう。運転手がタクシーを運転して稼得する運賃収入がタクシー会社の売り上げとなる。経営者は売り上げから運

転手への報酬，その他の費用を支払い，残余を自分の利潤として受け取る。したがって，経営者は自分の利潤が最大になることを望むが，運転手の努力水準あるいは努力の質を直接に監視することはできない。運転手がある努力水準を選択した結果としての運賃収入（売り上げ）を観察することしかできない。しかも，運賃収入は運転手の努力水準だけではなく，経営者も運転手も制御できない運（例えば，マクロ経済の景気の良し悪しや当日の天候など）にも左右される。つまり，運賃収入が多いことは運転手が高努力を選択したことを意味しないし，反対に運賃収入が少ないことは運転手が低努力を選択したことを意味しない。別の例として，銀行（プリンシパル）と融資先（エイジェント）を考えることもできる。融資が返済される（あるいは焦げ付く）可能性は，融資先の返済努力だけではなく，マクロ経済の景気や政府の経済政策等の全体的な運にも左右される。

本稿では，エイジェントの選択が２通りしかない場合から始めて，誘因をどのように設計すれば，情報非対称性の下でエイジェントに適切な行動を選択させることができるかという視点から，プリンシパルの問題を取り上げる。

2.　分析の枠組み

最初に，分析の枠組みを定式化する。プリンシパル（例えば，ある企業の所有者）がエイジェント（例えば，労働者）を雇用する場合を取り上げる。労働者が選択可能な努力水準は低努力 l と高努力 h の２通りであり，雇用されたエイジェントは可能な努力水準の集合 $\{l, h\}$ から，努力水準 e を選択する。ただし，エイジェントが高努力水準 $e = h$ を選択する負の効用を $\psi_h = \psi$，低努力水準 $e = l$ の負の効用を $\psi_l = 0$ とする。

結果（例えば，生産量や売り上げ）は，エイジェントが選択した努力水準と，プリンシパルもエイジェントも制御できない全体的な運により決定される。本稿では，可能な結果の集合 Q について，以下の２つの場合に分

けて考察する。

(i)　可能な結果が 2 通りのみ場合

$$Q = \{q_L, q_H\}, \quad ただし，q_L < q_H$$

(ii)　可能な結果が n 通りある場合

$$Q = \{q_1, q_2, ..., q_n\}, \quad ただし，q_1 < q_2 < ... < q_n$$ [2)]

なお，(i) を第 3 節で，(ii) を第 4 節で検討する。

実現された結果を q と表すと，プリンシパルはエイジェントに報酬 w を支払った後，残余としての純利潤 $q - w$ を受け取る。プリンシパルはリスク中立的であり，その効用 $V(q, w)$ は受け取る純利潤に等しいと仮定する。すなわち，プリンシパルの効用は，

$$V(q, w) = q - w$$

により与えられる。他方，エイジェントはリスク回避的であり，$u'(\cdot) > 0$ かつ $u''(\cdot) < 0$ である Bernoulli 効用 $u(w)$ を持つ von Neumann-Morgenstern 効用を最大化していると仮定する。さらに，分析の便宜のために，エイジェントの効用は所得と努力費用に関して分離可能であると仮定すると[3)]，エイジェントの効用 U は

$$U(w, e) = u(w) - \psi_e$$

により与えられる。

プリンシパルは複数の応募者の中から 1 人をエイジェントとして選出し，報酬契約を申し出る。選ばれた応募者は，自分が利用可能な全ての選択肢

2）　このように仮定しても，一般性は失われない。

3）　これは努力費用の所得効果を無視できることを意味する。道徳的危険問題では所得効果は大きな問題にならないので，この仮定は無害と考えられる。

の中で最も高い期待効用をもたらす選択肢を検討する。その期待効用を $\overline{U}$ とすると，$\overline{U}$ はこの応募者の留保効用水準である。つまり，プリンシパルが申し出る報酬契約の期待効用が自分の留保効用 $\overline{U}$ を上まわるか，少なくとも $\overline{U}$ に等しい場合に限り，この応募者はプリンシパルのためにエイジェントとして行動することを受諾する[4)]。反対に，プリンシパルが提案する報酬契約からの期待効用が $\overline{U}$ を下回る場合には，この応募者は提案を拒否する。以下では簡単化のために，$\overline{U}=0$ と正規化する。また，選ばれた応募者がプリンシパルの提案を拒否する場合，プリンシパルの受け取る純利潤は 0 になり，したがって効用 V も 0 になるとする。

このゲームは次のように進行する。

第 1 段階：プリンシパルが複数の応募者の中から 1 人を選び，報酬契約を申し出る。

第 2 段階：選ばれた応募者は提案された報酬契約を受け入れるあるいは拒否する。選ばれた応募者が報酬契約を受け入れ，エイジェントとして行動することに合意する場合には，ゲームは第 3 段階に進む。提案された報酬契約を拒否する場合には，ゲームは第 1 段階に戻り，プリンシパルは別の 1 人を選ぶ。

第 3 段階：エイジェントは努力水準 $e \in \{l, h\}$ を選択する。

第 4 段階：産出量 $q \in Q$ が実現される。プリンシパルは第 1 段階で申し出た報酬契約に従いエイジェントに報酬 w を支払い，自分は残余の利潤 $q-w$ を受け取る。

3.　結果が 2 通りの場合

本節では，基本モデルとして，エイジェントの努力と全体的な運によって決まる結果が離散的で，しかも可能な値は 2 通りである場合，すなわち

4)　便宜的に，報酬契約の期待効用が自分の留保効用 $\overline{U}$ と等しい場合も，この応募者は報酬契約を受け入れると想定する。

$Q = \{q_L, q_H\}$ と表される場合を取り上げる。ここで簡単化のために，$q_L = 0 < q_H = 1$ と仮定する。また，エイジェントが高努力を履行すれば，高産出量が実現する確率は低努力を選択する場合よりも高まると仮定する。ここで，エイジェントが高努力 $e = h$ を選択したときに高産出量 $q = 1$ が実現する確率を $p_h \equiv \mathrm{Prob}(q = 1|e = h)$，またエイジェントが低努力 $e = l$ を選択したときに高産出量が実現する確率確率を $p_l \equiv \mathrm{Prob}(q = 1|e = l)$ と表すと，この仮定は，

$$p_h > p_l$$

を意味する。

3.1　対称情報と最善解

最初に比較のために，情報が対称的である場合を取り上げる。この場合には，プリンシパルはエイジェントが選択する努力水準を観察することができるし，またエイジェントも自分の努力水準を裁判所等で公に立証することができる。したがって，プリンシパルは観察可能かつ立証可能な変数に基づいて報酬が決定される契約をエイジェントに提案することができる。つまり，エイジェントが実際に選択した努力が e であり，実現された産出量が q であるとき，プリンシパルは (e, q) の関数として報酬 $w(e, q)$ を定めることができる。例えば，契約で合意された努力水準が $\hat{e}$ であるとき，$e = \hat{e}$ が実行され，高産出量 $q = 1$ が実現された場合には，プリンシパルはエイジェントに報酬 $w_1 = w(e = \hat{e}, q = 1)$ を支払い，低産出量 $q = 0$ が実現された場合には，報酬 $w_0 = w(e = \hat{e}, q = 0)$ を支払う。このような報酬契約を，$Y = [e, w_0, w_1]$ と表すことにする。ただし，e はその契約が規定する（すなわち，エイジェントが実際に選択する）努力水準であり，w_0 と w_1 はそれぞれ低産出量 $q = 0$，高産出量 $q = 1$ が実現された場合の報酬である。

双方の契約当事者が実際に選択される努力水準 e を観察可能であるから，報酬契約を締結する段階で，プリンシパルとエイジェントは履行されるべき努力 $\hat{e}$ について拘束力のある合意をすることになる。つまり，裁判所は契約当事者のどちら側も契約条件を破ろうとしないように，契約不履行に対して十分に厳しい懲罰[5] を科すことができる。よって，対称情報の場合には，合意された努力 $e=\hat{e}$ を履行し（$e \neq \hat{e}$ であれば，エイジェントは違約金 $w(e,q)=-\infty$ を払わなければならない），それに対してプリンシパルは契約された報酬 $w(\hat{e},q)$ を支払うことになる。

第１段階で，プリンシパルは自分の効用が最大になる契約を提案する。この契約を最適契約 $Y^{SI}=[e,w_0,w_1]$[6] と呼ぶことにする。ここで，プリンシパルが解くべき問題は，エイジェントの個別合理性 individual rationality 制約の下で，自分が受け取る残余の利潤を最大化することである。個別合理性は，エイジェントが提案された契約から享受できる期待効用が，提案された契約以外の選択肢により提供される最も高い期待効用（＝留保効用）を下回らないことを主張するものであり，エイジェントがその契約を拒否しないことを保証する。よって，プリンシパルの解くべき問題は次のように定式化される。

(P1 : SI) $\quad \max_{e,w_0,w_1} p_e(1-w_1)+(1-p_e)(-w_0)$

subject to

(IR) $\quad p_e u(w_1)+(1-p_e)u(w_0)-\psi_e \geq \overline{U}=0$

問題 (P1 : SI) を２段階で解く。

第１段階：選択可能な努力水準それぞれについて，エイジェントがこの努力水準を履行する最小報酬を求める。

第２段階：第１段階で導出した履行費用を用いて，プリンシパルの受け取

5）　数学的には，効用の無限大の損失として表される。

6）　上添えの *SI* は，対称情報 symmetric information の場合を示す。

る残余の利潤が最大になる努力水準を探す。

本稿では，エイジェントが選択可能な努力水準を高努力 $e = h$ と低努力 $e = l$ の2通りと想定しているので，最初に高努力の場合について第1段階を解く。対称情報を想定している本小節では，プリンシパルはエイジェントが履行する実際の努力水準を観察できるから，その努力水準に基づいて報酬を決めるが可能である。ここで，プリンシパルが注意すべきことは，努力 $e = h$ を要求する契約をエイジェントが拒否せずに受諾する条件を確認することである。自分がエイジェントに支払う報酬を最小にするには，プリンシパルはエイジェントの参加制約が不等式ではなく等式で成立するように w_0 と w_1 を選択すれば良い。エイジェントにその報酬契約を受け入れさせるのに必要な以上に高い報酬を，プリンシパルはエイジェントに申し出る必要はない。

個別合理性制約 (IR) が等式として成立するとき，問題 (P1 : SI) は Langrange の未定乗数法を用いて解くのが便利である。制約 (IR) に関する Langrange 乗数を λ とすると，Langrange 関数は

$$
\begin{aligned}
(3.1) \qquad L &= p_h(1 - w_1) + (1 - p_h)(-w_0) \\
&\quad - \lambda[\psi - p_h u(w_1) - (1 - p_h)u(w_0)]
\end{aligned}
$$

により与えられる。ここで，努力水準は $e = h$ に固定されており，プリンシパルは自分の期待利潤が最大になるように，w_0 と w_1 を調節するので，1階の条件

$$(3.2) \qquad \frac{\partial L}{\partial w_1} = -p_h + \lambda p_h u'(w_1) = 0$$

$$(3.3) \qquad \frac{\partial L}{\partial w_0} = -(1 - p_h) + \lambda(1 - p_h)u'(w_0) = 0$$

$$(3.4) \qquad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = \psi - p_h u(w_1) - (1 - p_h)u(w_0) = 0$$

が得られる。また，最大化の 2 階の条件が満足されることも容易に確認される。

$u'(\cdot) \neq 0$ であるとき，条件 (3.2) と (3.3) より，

$$u'(w_0) = u'(w_1)$$

が成立するから，最適を特徴付ける条件として，

$$w_0 = w_1 \tag{3.5}$$

を得る。プリンシパルはリスク中立的であるのに対して，エイジェントはリスク回避的であると想定しているので，(3.5) はプリンシパルがエイジェントに実現された成果に関わらず，常に同じ報酬を支払うことが最適であること，つまりエイジェントに完全保険を提供することがプリンシパルの期待効用を最大化することを意味する。

契約締結する当事者達の (w_0, w_1) 空間における無差別曲線に注目すれば，これは理解できる（図参照）。リスク中立的であるプリンシパルの無差別曲線は直線になり，その傾きは，

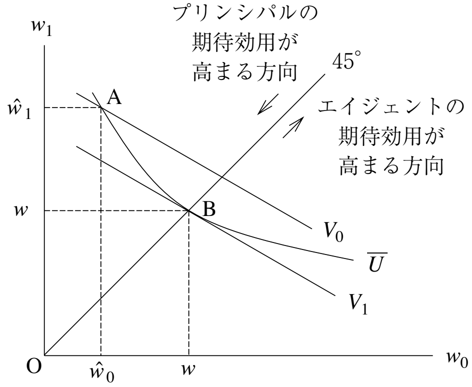
$$\frac{dw_1}{dw_0} = -\frac{1-p_h}{p_h} \tag{3.6}$$

により与えられる。他方，エイジェントの無差別曲線の傾きは，

$$\frac{dw_1}{dw_0} = -\frac{1-p_h}{p_h}\frac{u'(w_0)}{u'(w_1)} \tag{3.7}$$

により与えられる。

制約 (IR) が等号で成立している（図の点 A）とき，エイジェントの効用関数は厳密に凹である $(u''(\cdot) < 0)$ ので，$w_1 > w_0$ より $u'(w_1) < u'(w_0)$，つまり $\dfrac{u'(w_0)}{u'(w_1)} > 1$ が成り立つ。よって，



図：完全保険 $(w_0 = w_1 = w)$ が最適である

(3.8)
$$-\frac{1-p_h}{p_h}\frac{u'(w_0)}{u'(w_1)} < -\frac{1-p_h}{p_h}$$

が成立する。すなわち，エイジェントの高産出量が実現したときの報酬 w_1 と低産出量が実現したときの報酬 w_0 の間の限界代替率 (3.7) は，プリンシパルの残余の利潤に関する限界代替率 (3.6) よりも小さい。

いま，プリンシパルがエイジェントの期待効用を留保水準 $\overline{U} = 0$ に維持しながら w_1 を低下させることを考える。w_1 を dw_1 だけ低下させると，プリンシパルの期待報酬支払いは $p_h dw_1$ だけ減少するが，他方でエイジェントの期待効用を維持するための w_0 の引き上げは期待報酬支払いを $(1-p_h)dw_0$ だけ増加させる。ここで，$(1-p_h)dw_0 < p_h dw_1$ であるから，$w_0 \neq w_1$ である限り，プリンシパルはこのようにして，エイジェントを留保水準 $\overline{U} = 0$ の無差別曲線上に留めながら，自分自身はより高い無差別曲線に移動することができる。つまり，完全保険 $w_0 = w_1 = w$ が最適である（図の点 B）。

以上より，高努力 $e = l$ を履行する場合には，プリンシパルは制約 (IR) が等号で成立するような $w_0 = w_1 = w$ を選択する。このとき，

$$u(w) - \psi = 0$$

が成立して，報酬は，

$$w_0 = w_1 = w^{SI}(h) = u^{-1}(\psi)$$

により決定される。

次に，低努力 $e = l$ を履行する場合について第１段階を解く。高努力 $e = h$ を履行する場合と同様に，この場合にもプリンシパルはエイジェントに完全保険を提供し，業績の変動に関わらず，制約 (IR) が等号で成立するような報酬 $w_0 = w_1 = w$w を選択する。よって，

$$u(w) = 0$$

が成立して，報酬は，

$$w_0 = w_1 = w^{SI}(l) = u^{-1}(0)$$

に定まる。

第２段階に進み，プリンシパルが受け取る残余の利潤が最大化される努力水準を探す。先ず，高努力 $e = h$ を履行する場合には，(i) プリンシパルの受け取る期待残余利潤が正であること，(ii) 低努力ではなく高努力をエイジェントに求めることによるプリンシパルの受け取る残余の利潤の増加が，プリンシパルがエイジェントに高努力を求めることによる報酬支払いの増加を上回るという２条件が成立する場合そしてその場合に限り，高努力を履行することがプリンシパルにとって最適であることが分かる。(i) と (ii) はそれぞれ，

(3.9) $$p_h - w^{SI}(h) \geq 0$$

(3.10) $$p_h - p_l \geq w^{SI}(h) - w^{SI}(l) = u^{-1}(\psi) - u^{-1}(0)$$

と表される。ここで，(3.9) の意味を考えるために，これが成立しない場合を検討しよう。(3.9) が成立しない場合に，もし $p_l - w^{SI}(l) \geq 0$ であれば，エイジェントに努力 $e = l$ を履行させることが，プリンシパルにとり最適である。反対に，もし $p_l - w^{SI}(l) < 0$ であれば，エイジェントと契約を締結しないことがプリンシパルにとり最適である。他方，(3.10) の左辺は努力 $e = l$ に代えて $e = h$ を求めたときの利潤の増加を表すのに対して，右辺は産出単位で測った努力の費用を表している。(3.9) と (3.10) が成立するとき，エイジェントはここでは外部の選択肢で獲得可能な水準（留保効用）以上の期待効用を獲得しており，またプリンシパルの期待利得も最大化されているので，対称情報の下で成立する最善解は Pareto 効率的である。つまり，社会効率的な努力水準が実際に履行されている。

命題 3.1：対称情報の下で成立する最善均衡の配分は Pareto 効率的である。すなわち，リスク中立的プリンシパルはリスク回避的エイジェントに完全保険を提供し（効率的リスク配分），社会効率的な努力水準が履行される（効率的努力選択）。

3.2　非対称情報と次善解

次に，プリンシパルはエイジェントが履行する努力水準 e を観察できない非対称情報の場合を検討する。エイジェントの努力水準がプリンシパルによって観察可能ではなく，裁判所等によって検証可能ではないこの状況では，プリンシパルは努力水準を条件として報酬を規定する契約 $Y = [e, w_0, w_1]$ を提案することはできない。プリンシパルができることは，自分が観察可能な結果 q を条件として報酬を定めることである。つまり，報酬は努力水準の関数としてではなく，結果の関数として定義されることになる。そのために，契約を締結する際に，たとえエイジェントがある水準の e を実行すると約束するとしても，プリンシパルは報酬契約

においてエイジェントがこの努力水準を実際に選択することを確認する必要がある。これはプリンシパルが追加的な制約に直面することを意味する。すなわち，ここでは対称情報の場合の問題に，努力 e がエイジェントの効用を最大化することを主張する誘因両立性 incentive compatibility 制約が追加される。

以上より，非対称情報の下でのプリンシパルの問題は次のように定式化される。

(P1 : AI) $\quad \max_{e, w_0, w_1} p_e(1 - w_1) + (1 - p_e)(-w_0)$

subject to

(IR) $\quad p_e u(w_1) + (1 - p_e)u(w_0) - \psi_e \geq \overline{U} = 0$

(IC) $\quad e \in \arg\max_{e'} p_{e'} u(w_1) + (1 - p_{e'})u(w_0) - \psi_{e'}$

ここでも前小節と同様に，プリンシパルの問題を 2 段階の手続きで解く。第 1 段階は，可能な努力水準のそれぞれについて，エイジェントがこの努力水準を履行する最小の報酬を求めることである。最初に，努力水準 $e = h$ に対する制約 (IC) から，

$$p_h u(w_1) + (1 - p_h)u(w_0) - \psi \geq p_l u(w_1) + (1 - p_l)u(w_0)$$

を得るが，固定された報酬 $w = w_0 = w_1$ はここでは明らかに解にはならない。その理由は，実現される産出量の高低に関わらず報酬からの効用が $u(w)$ で固定されるとしたら，エイジェントは努力の負効用を最小にする努力水準，すなわち $e = l$ を選択するからである。エイジェントの努力水準に関する情報が非対称であるために，努力水準 $e = h$ を履行するときには完全保険は利用できない。産出量の多寡は全体的な運にも左右されるので，プリンシパルが実現された産出量を観察して，エイジェントが実際に努力 $e = h$ を履行したかどうかを判断しようとしても，それはできない。上の誘因両立性制約を書き換えた

$$(3.11)\qquad (p_h - p_l)[u(w_1) - u(w_0)] \geq \psi$$

は，エイジェントに実際に $e = h$ を選択させるには，プリンシパルは実現した産出量が高いときの報酬 w_1 からエイジェントが享受する効用 $u(w_1)$ と低産出量のときのエイジェントの効用 $u(w_0)$ との間に差を付ける必要があることを示している。

ここで，最適状態においては個別合理性制約 (IR) と誘因両立性制約 (IC) は共に等号で成立する事実を使って最適報酬を求める。制約 (IR) が等号で成立しているとき，エイジェントに努力 $e = h$ を履行させるには，プリンシパルは

$$(3.12)\qquad u(w_1) - u(w_0) = \frac{\psi}{p_h - p_l}$$

が成立するように報酬を設定する必要がある。また，等号で成立している制約 (IC) から，

$$(3.13)\qquad u(w_0) = \frac{\psi - p_h u(w_1)}{1 - p_h}$$

が得られるが，これを (3.12) に代入して，

$$u(w_1) - \frac{\psi - p_h u(w_1)}{1 - p_h} = \frac{\psi}{p_h - p_l}$$

すなわち，

$$(3.14)\qquad u(w_1) = \psi + \psi\frac{1 - p_h}{p_h - p_l} = \psi\frac{1 - p_l}{p_h - p_l}$$

を得る。(3.13) と (3.14) を比較すると，

$$(3.15)\qquad u(w_1) = u(w_0) - \frac{\psi}{p_h - p_l} = \psi\frac{p_l}{p_h - p_l}$$

が得られる。

前小節の結果と併せて考えると，高産出量が実現するときに支払われる

報酬については，非対称情報の場合の報酬が対称情報の場合のそれを上回ること，つまり

$$w_1^{AI}(h) \equiv u^{-1}\left(\psi \frac{1-p_l}{p_h - p_l}\right) > w^{SI}(h) \equiv u^{-1}(\psi) \tag{3.16}$$

が成立することが分かる[7]。他方，低産出量状態が実現するときに支払われる報酬については，非対称情報の場合の報酬が対称情報の場合のそれを下回ること，つまり

$$w_0^{AI}(h) \equiv u^{-1}\left(-\psi \frac{p_e}{p_h - p_l}\right) < w^{SI}(h) \equiv u^{-1}(\psi) \tag{3.17}$$

が成立することが分かる。(3.16) と (3.17) の両辺の差は，それぞれの場合の所得リスクと解釈できる。

このように，所得リスクが存在する結果として，エイジェントにそれぞれの努力水準を履行させるには，プリンシパルはエイジェントに対して努力の負効用だけではなく，リスク・プレミアムも補償する報酬を支払う必要がある。制約 (IR) より，

$$\psi = p_h u(w_1^{AI}(h)) + (1-p_h)u(w_0^{AI}(h)) \tag{3.18}$$

を得るが，ここで $u'' < 0$（u は厳密な凹関数）であるから，

$$\begin{aligned} &p_h u(w_1^{AI}(h)) + (1-p_h)u(w_0^{AI}(h)) \\ &< u(p_h w_1^{AI}(h) + (1-p_h)w_0^{AI}(h)) \end{aligned} \tag{3.19}$$

が従う。

(3.18) と (3.19) より，

$$\psi < u(p_h w_1^{AI}(h) + (1-p_h)w_0^{AI}(h))$$

を得るが，u^{-1} は単調増加的であるので，これは，

7） 上添えの AI は，非対称情報 asymmetric information の場合を示す。

$$u^{-1}(\psi) < p_h w_1^{AI}(h) + (1 - p_h) w_0^{AI}(h) \tag{3.20}$$

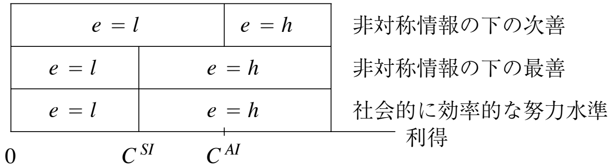
と書き換えられる。(3.20) の左辺は対称情報の下で努力水準 $e = h$ を履行することの期待費用 $C^{SI}(h) = p_h w_1^{AI}(h) + (1 - p_h) w_0^{AI}(h)$ を表し，右辺は非対称情報の下で同じ努力を履行することの期待費用 $C^{AI}(h) = p_h w_1^{AI}(h) + (1 - p_h) w_0^{AI}(h)$ を表している。すなわち，高努力水準 $e = h$ を履行するとき，対称情報の場合の方が非対称情報の場合よりも期待費用は小さい。

次に，努力水準 $e = l$ について検討する。前小節の対称情報の状況と同様に，完全保険報酬 $w_0 = w_1 = w^{SI}(l)$ の申し出に対しては，エイジェントは負効用の大きい高努力 $e = l$ を選択しようとはせず，低努力 $e = l$ を選択することは自明である。よって，低努力を履行するときには誘因制約は等号では成立しない。

続いて，プリンシパルの期待利潤を最大化にする努力水準を見付ける第2段階に進む。非対称情報の場合には，エイジェントの効用関数の関数形を特定することなしに，最適契約を導出することはできないが，関数形を特定しなくとも，最適契約の持つ効率性についていくつか調べることができる。非対称情報の下で成立する契約の配分は，追加的な誘因制約 (IC) を満足する必要があり，常に最善の解に対応するとは限らないという意味で次善の解である。非対称情報の下の契約の配分は，追加的な制約のために Pareto 効率的ではないかもしれず，非効率的リスク共有，あるいは非効率的な低努力水準の何れかになる可能性がある。

仮定されているリスクに対する態度の下では，効率的リスク配分はプリンシパルがエイジェントに完全保険を提供することを要求する。しかし，非対称情報の下で完全保険が実行可能であるのは，低努力水準 $e = l$ が履行されることが予定されている場合に限られる。その理由は，エイジェントが高努力 $e = h$ を履行しようとすると，エイジェントには所得リス

表：道徳的危険の下で履行される努力水準



クが生じて，リスクと誘因の間の二律背反が生じるからである。すなわち，効率的なリスク共有（エイジェントの完全保険）が実現しているか，あるいは高努力に対する適切な誘因が存在するかの何れかでなければならない。

上で見たように，非対称情報の下で努力水準 $e = l$ を履行するには，対称情報の場合と同じ費用が掛かる。それゆえに，対称情報の下の最適契約が $e = l$ を要求する場合には，非対称情報の下でもプリンシパルは $e = l$ の履行を求める（**表**を見よ）。つまり，プリンシパルは，そうすることが社会的に効率的ではない場合には，操業停止を決定しないし，あるいは社会的に効率的である高努力水準の履行を求めない。しかし，対称情報の場合とは対照的に，プリンシパルは非対称情報の下で $e = h$ を履行させるために，エイジェントにある程度のリスク負担を求める必要がある。上で示されたように，プリンシパルはエイジェントに履行した努力の負効用に加えて，リスク負担についてもエイジェントにリスク・プレミアムを補償しなければならない。結果として，履行される努力水準は最善の努力水準に相当しないかも知れない。対称情報の下で $e = h$ を履行させることがプリンシパルにとって最適である（よって，社会的に効率的でもある）場合でも，非対称情報の下では $e = l$ を履行させることがプリンシパルにとって最適になることもありうる。その理由は，$e = l$ を履行する費用は対称情報の下でも非対称情報の下でも同じであるが，努力水準 $e = h$ を履行するための費用は異なるためである。よって，対称情報の下では，プリンシパルの期待利潤は $e = h$ で最大化されるとしても，非対称情報の下では，努力水準 $e = h$ での期待利潤は $e = l$ の場合のそれよりも低

くなる可能性がある。プリンシパルの期待利潤は対称情報の場合よりも非対称情報の下では低くなるのに対して，エイジェントの期待効用は留保効用水準 $\overline{U}$ に維持されるので，非対称情報の下で成立する状態は明らかに Pareto 効率的ではない。

命題 3.2：非対称情報の下での次善解は，Pareto 効率的ではない可能性がある。すなわち，
(i) リスク中立的なプリンシパルはリスク回避的なエイジェントに完全保険を提供しないので，高努力 $e = h$ が履行されるとしたら，リスク共有は非効率である。
(ii) 仮令高努力 $e = h$ が社会的に効率的であるとしても，実際には低努力 $e = l$ が履行される可能性がある。

4.　結果が n 通りの場合

本節では第 3 節のモデルを拡張して，エイジェントの努力と全体的な運によって決まる結果が n 通りある場合を検討する。結果の採りうる値を q_i , $i = 1, ..., n$ とし，結果の採りうる値の集合を Q として，一般性を失うことなく，

$$Q = \{q_1, q_2, ..., q_n\}, \quad \text{ただし，} 0 < q_1 < q_2 < ... < q_n$$

とする。与えられた努力水準 $e \in \{l, h\}$ に対して，どの結果が生じるかを示す確率分布 $p^e = (p_1^e, p_2^e, ...p_n^e)$ が Q の上に決まる。ただし，p_i^h と p_i^l はそれぞれ，高努力 $e = h$ あるいは低努力 $e = l$ が与えられたときに，結果 q_i , $i = 1, ..., n$ が生じる確率を表す。各努力水準 $e \in \{l, h\}$ に対して，$\Sigma_{i=1}^n p_i^e = 1$ である。以下では，全ての $i \in \{1, ..., n\}$ と $e \in \{l, h\}$ について，$p_i^e > 0$ であると仮定する。

このように記号を定めると，努力水準 $e \in \{l, h\}$ が与えられたときの

期待産出量は，$\Sigma_{i=1}^{n} p_i^e q_i$ と表される。ここで，高努力 $e = h$ が選択されたときの期待産出量は，低努力 $e = l$ のときの期待産出量よりも高い，すなわち

$$\Sigma_{i=1}^{n} p_i^h q_i > \Sigma_{i=1}^{n} p_i^l q_i$$

が成立すると仮定する。

4.1　対称情報と最善解

最初に基準均衡として，エイジェントの努力選択がプリンシパルにより観察可能であり，裁判所等によって公に検証可能である対称情報の場合に成立する均衡を取り上げる。第３節と同様に，プリンシパルの問題は以下のように定式化される。

(P2 : SI)　$\max_{e, w_1, \ldots, w_n} \Sigma_{i=1}^{n} p_i^e (q_i - w_i)$

subject to

(IR)　$\Sigma_{i=1}^{n} p_i^e u(w_i) - \psi_e \geq \overline{U} = 0$

ここでも，問題 (P2 : SI) を以下の２段階で解き，最適契約 $Y^{SI} = [e, w_1, \ldots, w_n]$ を求める。

第１段階：可能な努力水準のそれぞれについて，エイジェントがこの努力水準を履行する最小の報酬を求める。

第２段階：第１段階で導出した履行費用を用いて，プリンシパルが受け取る残余の利潤を最大化する努力水準を探す。

対象情報の場合には，契約をエイジェントが履行した実際の努力 $e \in \{l, h\}$ に条件付けることができるから，第１段階ではプリンシパルはエイジェントの個別合理性制約 (IR) だけを考慮すれば良い。制約 (IR) は最適状態では明らかに等号で成立するので，努力水準 $e \in \{l, h\}$ が与えられると，Lagrange 関数

$$(4.1)\qquad L = \Sigma_{i=1}^{n} p_i^e (q_i - w_i) - \lambda[\psi_e - \Sigma_{i=1}^{n} p_i^e u(w_i)]$$

を定義することができる。ただし，λ は制約 (IR) に対する Lagrange 乗数である。

最大化の 1 階の条件は，

$$(4.2)\qquad \frac{\partial L}{\partial w_i} = -p_i^e + \lambda p_i^e u'(w_i) = 0, \qquad i = 1, \ldots, n$$

$$(4.3)\qquad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = \Sigma_{i=1}^{n} p_i^e u(w_1) - \psi_e = 0$$

である。2 階の条件は容易に確認される。

条件 (4.2) を書き換えて，

$$(4.2')\qquad \lambda = \frac{1}{u'(w_i)}$$

を得るが，(4.2′) は，全ての $i = 1, \ldots, n$ に対して，$\dfrac{1}{u'(w_i)}$ は定数になることを主張する。つまり，実現される成果に関わらず，最適報酬 $w(e)$ は一定であり，

$$w(e) = w_1 = w_2 = \cdots = w_n$$

と表される。これは，リスク中立的なプリンシパルがリスク回避的なエイジェントに完全保険を掛けることが最適であることを意味し，プリンシパルはエイジェントに努力水準 $e \in \{l, h\}$ を履行させるために，制約 (IR) が等号で成立するような報酬契約 $w(e) = w_1(e) = w_2(e) = \cdots = w_n(e)$ を選択する。すなわち，

努力水準 $e = h$ に対して，$u(w) - \psi = 0$ より，$w^{SI}(h) = u^{-1}(\psi)$
努力水準 $e = l$ に対して，$u(w) = 0$ より，$w^{SI}(l) = u^{-1}(0)$

を提示する。

続いて第２段階へ進み，プリンシパルの利得が最大化される努力水準を見付ける。第１段階でエイジェントにそれぞれの努力水準を履行させるために，プリンシパルが支払うべき報酬が明らかになったので，努力 $e = h$ あるいは $e = l$ を履行する場合のプリンシパルの利潤をそれぞれ計算できる。以上より，対称情報の場合には，命題 3.1 は結果が n 通りある本節の場合にも当てはまり，最善の契約は Pareto 効率配分を実現することが分かる。すなわち，効率的なリスク共有が存在し，効率的な努力水準が履行される。

4.2　非対称情報と次善解

次に，プリンシパルはエイジェントの努力選択を観察できない場合を取り上げる。この場合には，自分が望む努力水準をエイジェントに確実に選択させるために，プリンシパルは自分の最適化問題においてエイジェントの誘因両立製制約 (IC) を考慮しなければならない。よって，プリンシパルの最適化問題は，

(P2 : AI)　$\max_{e, w_1, \ldots, w_n} \Sigma_{i=1}^{n} p_i^e (q_i - w_i)$

subject to

(IR)　$\Sigma_{i=1}^{n} p_i^e u(w_i) - \psi_e \geq \overline{U} = 0$

(IC)　$e = \arg\max_{e'} \Sigma_{i=1}^{n} p_i^{e'} u(w_i) - \psi_{e'}$

と表される。

ここでも，問題を２段階で解くこととし，第１段階の検討を努力水準 $e = l$ から始める。固定された報酬の下で，エイジェントの誘因両立性制約 (IC) は常に等式で満足される。エイジェントは他のものが等しければ，常に努力を節約することを選好するので，プリンシパルは対称情報の場合と同じ契約

$$(4.4)\qquad w^{AI}(l) = w^{SI}(l) = u^{-1}(0)$$

を用いて，エイジェントに努力 $e = l$ を履行させることができる。

努力水準 $e = h$ については，エイジェントの制約 (IC) は，

$$\Sigma_{i=1}^{n} p_i^h u(w_i) - \psi \geq \Sigma_{i=1}^{n} p_i^l u(w_i)$$

と表される。つまり

$$\Sigma_{i=1}^{n}(p_i^h - p_i^l)u(w_i) \geq \psi$$

である。ここで，個別合理性制約 (IR) と誘因両立性制約 (IC) は共に等号で成立することに注意すると，問題 (P2 : AI) は下の Lagrange 関数

$$(4.5)\qquad L = \Sigma_{i=1}^{n} p_i^h (q_i - w_i) - \lambda[\psi - \Sigma_{i=1}^{n} p_i^h u(w_i)] - \mu[\psi - \Sigma_{i=1}^{n}(p_i^h - p_i^l)u(w_i)]$$

として定式化することができる。ただし，λ は制約 (IR) に関する Lagrange 乗数であり，μ は制約 (IC) に関するそれである。

最大化の 1 階の条件は，

$$(4.6)\qquad \frac{\partial L}{\partial w_i} = -p_i^h + \lambda p_i^h u'(w_i) + \mu(p_i^h - p_i^l)u'(w_i) = 0, \qquad i = 1, \ldots, n$$

$$(4.7)\qquad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = \Sigma_{i=1}^{n} p_i^h u(w_i) - \psi = 0$$

$$(4.8)\qquad \frac{\partial L}{\partial \mu} = \Sigma_{i=1}^{n}(p_i^h - p_i^l)u(w_i) - \psi = 0$$

により与えられる。また，2 階の条件は容易に確認される。ここで，第 3 節と同様に，制約 (IC) から報酬の間の差 $w_i - w_{i-1}$ を，制約 (IR) から w_0 を求めて，それぞれの努力水準に対する報酬水準を決定する。条件 (4.6) を書き換えて，

$$(4.6') \qquad \frac{1}{u'(w_i)} = \lambda + \mu\left(1 - \frac{p_i^l}{p_i^h}\right), \qquad i = 1, \ldots, n$$

を得る。(4.6′) は，プリンシパルがエイジェントに努力 $e = h$ を履行させる場合の最適報酬を特徴付ける。Lagrange 乗数 λ と μ は正の定数であるので，報酬 w_i は尤度比 $\frac{p_i^l}{p_i^h}$ に比例する。

4.3　尤度比の意味

尤度比 $\frac{p_i^l}{p_i^h}$ は統計学の重要な概念である。尤度比の意味を理解するために，医師が異なる n 個の項目 $\{d_1, d_2, \ldots, d_n\}$ について検査して，受診者が健康か病気かを診断する例を考えよう。検査項目上の確率分布は，もしその受診者が健康ならば，$p^h = (p_1^h, \ldots, p_n^h)$ となるのに対して，もし病気であれば，$p^s = (p_1^s, \ldots, p_n^s)$ となる。医師は検査結果の尤度比 $LR = \frac{p_i^h}{p_i^s}$ に注目して，健康であるか病気であるかを診断する。$LR > 1$ であることは，その検査項目を分布 p^s の下よりも分布 p^h の下で，より頻繁に観察することを意味するので，LR が大きければ大きい程，医師は p^h が基礎にある真の分布であり，その受診者は健康であると強く確信することができる。反対に，$LR < 1$ であることは，その検査結果を分布 p^s の下よりも分布 p^h の下で観察することは稀であることを意味するので，LR が小さければ小さい程，医師は p^s が基礎にある真の分布であり，その受診者は病気であると強く確信することができる。

ここで，プリンシパルとエイジェントの設定に戻ると，プリンシパルは医師と同様な推量問題に直面する。プリンシパルは，エイジェントが高努力 $e = h$ を履行している（すなわち，p^h が基礎にある真の分布である）ことを強く確信できる状況では，高報酬という形でエイジェントに報いること，

反対にエイジェントが怠けていること $(e = l)$ を確信できる状況では，エイジェントを罰することを望む。

ここで，結果 q_i ではなく q_{i+1} が実現する場合の報酬の変化を考えよう。

(i)　もし $\frac{p_i^l}{p_i^h} > \frac{p_{i+1}^l}{p_{i+1}^h}$ であれば，w_i に対する報酬方程式 (4.6’) の右辺は，w_{i+1} に対する右辺よりも小さい。つまり，

$$\frac{1}{u'(w_i)} < \frac{1}{u'(w_{i+1})}$$

$$0 < (u'(w_i) - u'(w_{i+1}))\frac{1}{u'(w_i)u'(w_{i+1})}$$

$$u'(w_i) > u'(w_{i+1})$$

ここで，$u''(\cdot) < 0$（エイジェントはリスク回避的）であるので，

$$w_{i+1} > w_i$$

が成立する。同様に，

(ii)　もし $\frac{p_i^l}{p_i^h} < \frac{p_{i+1}^l}{p_{i+1}^h}$ であれば，

$$w_i > w_{i+1}$$

(iii)　もし $\frac{p_i^l}{p_i^h} = \frac{p_{i+1}^l}{p_{i+1}^h}$ であれば，

$$w_i = w_{i+1}$$

を得る。

以上より，自分の利潤が増加しても，プリンシパルはエイジェントへの報酬を増やす必要はないことが分かる。ここで重要なことは，エイジェントの努力水準に関する情報がどれだけ作り出されているかである。理論的に言えば，もし自分がエイジェントの努力水準を見分けることができると

したら，プリンシパルの関心は支払う報酬だけになる。しかし，エイジェントはリスク回避的であるので，プリンシパルはエイジェントに高努力を履行させるのに，エイジェントに大きなリスク・プレミアムを支払う必要がある。尤度比は基礎にある情報を伝える有効性に比例する。尤度比が最小である状態では，プリンシパルは報酬の差を拡大する。

プリンシパルの受け取る利潤が増加すれば，エイジェントに支払われる報酬も増える（すなわち，報酬が利潤に関して増加的である）ための十分条件は，全ての $i = 1, ..., n-1$ に対して，利潤が q_i から q_{i+1} へ移るとき，尤度比が単調減少的であることである。この性質は単調尤度比条件 MLRC と呼ばれる。

命題 4.1：尤度比 $\dfrac{p_i^l}{p_i^h}$ が減少的である，すなわち確率分布 p^h と p^l が単調尤度比条件 MLRC を満足する場合に，もしエイジェントが高努力を履行するならば，報酬は実現された利潤に関して増加的である。

4.4　最適契約の特徴付け

第 2 段階に進み，努力水準 $e = h$ あるいは $e = l$ について報酬を実際に求めた上で，それぞれの場合の利潤を比較するには，モデルの関数形やパラメーター値を特定する必要がある。しかし，解析的な分析だけでも，契約のもたらす配分について一般的結論をいくつか導くことができる。

(4.6’) は，一般的には報酬は一定ではないことを意味する。したがって，もしプリンシパルが高努力 $e = h$ の履行を望むならば，リスク共有は非効率的になり，その配分は Pareto 効率的ではない。対称情報の場合と同様に，個別合理性制約 (IR) は等号で成立するので，エイジェントの効用は留保水準に留められる。すなわち，

$$\Sigma_{i=1}^{n} p_i^h u(w_i) - \psi_e = \overline{U} = 0 \tag{4.9}$$

である。

しかし，エイジェントには何らかリスクがあるので，プリンシパルは対称情報の場合に比べて高い期待報酬を提案して，このリスクを補償しなければならない。ゆえに，非対称情報の場合にエイジェントに $e = h$ を履行させることは，プリンシパルの報酬費用は対称情報の場合より高くなる。対照的に，$e = l$ を履行させることは，対称情報の場合でも非対称情報の場合でも，プリンシパルの負担する報酬費用は同じである。対称情報の下でエイジェントに努力 $e = h$ を履行させることが，プリンシパルにとって最適になる（すなわち，社会的に効率的である）特定の関数形やパラメーター値についても，非対称情報の下ではそうではない可能性がある。エイジェントに高努力 $e = h$ を履行させることからプリンシパルが獲得する追加的利潤が，高努力に伴うリスク・プレミアムを補償するために報酬としてエイジェントに支払う追加的費用を上回らないならば，高努力が効率的であるとしても，低努力が選択される。

5.　モデルの拡張：連続体の努力水準と２通りの結果

第３節では努力水準が２通り，可能な結果が２通りの場合，第４節では，努力水準が２通り，可能な結果が n 通りの場合を取り上げた。このモデルはいくつかの方向への拡張が可能である。第１は，可能な結果を連続体 $Q = \left[\underline{q}, \overline{q}\right], \underline{q} < \overline{q}$ へ拡張することである（Laffont and Martimort (2002, Chapter 4, Appendix 4.2) を参照せよ）。ここでも，尤度比を使って，高努力の場合の報酬を求めることになる。

第２の拡張は，努力水準についてである。結果が２通りであれば，努力水準が３通り以上であっても扱い易い。特に，努力水準が連続体を持つ場合については，以下で検討する。第３の拡張として，結果も努力水準を３

通り以上に拡張することが考えられるが，これは技術的にずっと複雑になることが知られている（Laffont and Martimort (2002, Chapter 5), Bolton and Dewatripont (2005, Chapter 4.4) を参照せよ）。このために，報酬契約を報酬が産出高の線形関数である場合に限定する拡張が多い（例えば，Bolton and Dewatripont (2005, Chapter 4.2)）。しかし，Bolton and Dewatripont (2005, Chapter 4.3) は，線形契約は一般的に最適ではないことを示している。

5.1　努力水準が連続体である場合

本小節では，2 通りの結果 $q \in \{0, 1\}$ が存在するという点は第 3 節のモデルと同様であるが，努力水準が連続体である場合を検討する。エイジェントが努力水準 $e \in \{0, \infty\}$ を履行するときの効用費用は，$\psi(e)$ により与えられるとし，簡単化のために，

(5.1)　$$\psi(e) = e$$

と仮定する。これまでと同様に，エイジェントが高努力を履行すれば，低努力を履行する場合よりも結果 $q = 1$ が実現する確率は高くなると仮定する。すなわち，

(i)　$p'(\cdot) > 0$

さらに，内部解の存在を保証する技術的な仮定として，

(ii)　$p''(\cdot) \leq 0$

(iii)　$p'(0) > 1$

(iv)　$p(0) = 0$

(v)　$p(\infty) = 1$

を追加する。

プリンシパルとエイジェントの効用関数については，第 3 節，第 4 節の基礎モデルよりも一般化して，リスク中立とリスク回避の両方が可能な定式化を採用する。プリンシパルについては，

(5.1) $$V(q-w), \qquad \text{ただし，} V'(\cdot) > 0 \text{ かつ } V''(\cdot) \le 0$$

を，エイジェントについては，報酬に関して増加的，行使される努力に関して減少的である

(5.2) $$u(w) - \psi(e), \qquad \text{ただし，} u'(\cdot) > 0,\ u''(\cdot) \le 0$$
$$\psi'(\cdot) > 0,\ \psi''(\cdot) \ge 0$$

を想定する。また，エイジェントの留保効用水準は，$\overline{U} = 0$ とする。これら以外のモデルの詳細については，前節までの基本モデルと同様である。

最初に，基準均衡として，対称情報の場合に成立する最善解を調べる。対称情報の場合には，エイジェントがその契約を受諾することを保証するエイジェントの個別合理性制約 (IR) の下で，プリンシパルは自分の利潤を最大化しようとする。よって，そのような最適契約 $Y^{SI} = [e, w_0, w_1]$ は，以下の最大化問題の解として求められる。

(P3 : SI) $$\max_{e, w_0, w_1} p(e)V(1-w_1) + [1-p(e)]V(-w_0)$$
subject to

(IR) $$p(e)u(w_1) + [1-p(e)]u(w_0) - e \ge \overline{U} \equiv 0$$

制約 (IR) は等号で成立することに注意すると，問題 (P3 : SI) は Lagrange 関数

(5.3) $$\begin{aligned} L &= p(e)V(1-w_1) + [1-p(e)]V(-w_0) \\ &\quad + \lambda\{p(e)u(w_1) + [1-p(e)]u(w_0) - e\} \end{aligned}$$

に書き換えられる。(5.3) の最大化の 1 階の条件は，

(5.4) $$\frac{\partial L}{\partial e} = -p'(e)[V(1-w_1) - V(-w_0)]$$

$$+\lambda p'(e)[u(w_1)-u(w_0)]-1=0$$

(5.5) $$\frac{\partial L}{\partial w_1}=-p(e)V'(1-w_1)+\lambda p(e)u'(w_1)=0$$

(5.6) $$\frac{\partial L}{\partial w_0}=-[1-p(e)]V'(-w_0)+\lambda[1-p(e)]u'(w_0)=0$$

(5.7) $$\frac{\partial L}{\partial \lambda}=p(e)u(w_1)+[1-p(e)]u(w_0)-e=0$$

と表される。(5.5) と (5.6) から，プリンシパルとエイジェントの間の最適共同保険条件（Borch (1962) 規則）を得る。

命題 5.1（最適共同保険条件）

(5.8) $$\frac{V'(1-w_1)}{u'(w_1)}=\frac{V'(-w_0)}{u'(w_0)}$$

命題 5.1 を理解するために，プリンシパルはリスク中立的，エイジェントはリスク回避的である次の例を検討しよう。

例：エイジェントは厳密に凹の効用 $u''(\cdot)<0$ を持ち，リスク回避的であり，プリンシパルは効用 $V(x)=x$ を持ち，リスク中立的である。このとき，常に $V'(x)=1$ であるから，Borch 規則 (5.8) は，

$$\frac{1}{u'(w_1)}=\frac{1}{u'(w_0)}$$

と書き換えられ，したがって

$$u'(w_1) = u'(w_0)$$

つまり,

(5.9) $$w_1 = w_0$$

と簡単化される。ここで，$w = w_1 = w_0$ と置いて (5.4) に代入すれば，(5.5) と (5.6) から最適努力水準は，

$$\frac{1}{u'(w)} = \lambda = \frac{p'(e)[1 - w + w]}{1 - p'(e)[u(w) - u(w)]}$$

と求められる。これより，

(5.10) $$p'(e) = \frac{1}{u'(w)}$$

を得るが，これは前節までの努力水準が2通りある場合に似た次の結果を与える。

命題 5.2：リスク中立的なプリンシパルとリスク回避的なエイジェントがいるとき，最適契約の規定する報酬 $w_1 = w_0 = w^*$ と履行すべき努力水準 e^* は，(5.10) を満足する。ただし，(5.10) の左辺は努力の限界生産物であり，右辺はプリンシパルの視点からの努力の限界費用である。

次に，非対称情報の場合の次善解を検討する。もし努力が観察不可能であれば，プリンシパルは自分の最適化問題において，誘因両立性制約 (IR) に加えてエイジェントの誘因両立性制約 (IC) も考慮する必要がある。すなわち，最適化問題は，

(P3 : AI) $$\max_{e, w_0, w_1} p(e)V(1 - w_1) + [1 - p(e)]V(-w_0)$$

subject to

(IR) $$p(e)u(w_1)+[1-p(e)]u(w_0)-e \geq \overline{U} \equiv 0$$

(IC) $$e \in \arg\max_{\hat{e}} p(\hat{e})u(w_1)+[1-p(\hat{e})]u(w_0)-\hat{e}$$

と定式化される。ここで，報酬 $[w_0, w_1]$ が与えられたときのエイジェントの最適化問題から，エイジェントの 1 階の条件

$$p'(e)[u(w_1)-u(w_0)]=1 \tag{5.11}$$

と，2 階の条件

$$p''(e)[u(w_1)-u(w_0)]<0 \tag{5.12}$$

が導出される。仮定 (ii) により (5.12) は常に成立するから，与えられた報酬の組 $[w_0, w_1]$ に対してエイジェントが選択する努力水準 e は，(5.11) により完全に特徴付けられる。このようにして，(5.11) により制約 (IC) は置き換えられる[8)]。

プリンシパル，エイジェントの双方がリスク中立的であれば，問題は簡単になる。エイジェントにプリンシパルの計画を履行させれば，最善の結果が実現する。エイジェントは産出量 q に対する残余請求者になり，社会的に最適な努力水準 e を選択するからである。制約 (IR) が等号で成立するように，報酬をエイジェントの留保効用を控除した計画の期待値に等しく設定すれば良い。

次に，プリンシパルはリスク中立的，エイジェントはリスク回避的である場合を検討する（例 1 を見よ）。制約 (IR) をエイジェントの効用最大化問題の 1 階の条件 (5.11) により置き換えると，プリンシパルの問題は，

---

8) 1 階の条件 (5.11) による制約 (IC) の置き換えは，常に可能な訳ではない。結果 q が 3 通り以上ある一般的設定でこの置き換えを行うには，制約的な仮定を必要とする。Laffont and Martimort (2002, Chapter 5.1.3), Bolton and Dewatripont (2005, Chapter 4.4.2) 参照。

(P4 : AI) $\max_{e, w_0, w_1} p(e)(1 - w_1) + [1 - p(e)](-w_0)$
subject to
(IR) $p(e)u(w_1) + [1 - p(e)]u(w_0) - e \geq \overline{U} \equiv 0$
(IC) $p'(e)[u(w_1) - u(w_0)] = 1$

と書き換えられ，Lagrange 関数

$$
\begin{aligned}
L &= p(e)(1 - w_1) + [1 - p(e)](-w_0) + \lambda\{p(e)u(w_1) \\
&\quad + [1 - p(e)]u(w_0) - e\} + \mu\{p'(e)[u(w_1) - u(w_0)] - 1\}
\end{aligned}
$$

を得る。仮定 (ii)-(iv) と $u(\cdot)$ に関する仮定により，内部解 $e > 0$ の存在は保証される。内部解でなければ，明らかに $w_0 = w_1$ であり，制約 (IR) が成立しないので，$\mu > 0$ は最適であることが分かる。よって，報酬は産出量に関して増加的であり，高産出量 $q = 1$ は報酬を与えられるが，低産出量 $q = 0$ は罰を課せられることが分かる。

5.2　結果が 3 通りの場合の最適解の特徴付け

上で見たように，結果が 2 通りだけの場合には，努力 $e = h$ を履行するための最適報酬を解析的に求めることができるが，可能な結果の数が 3 以上になると，パラメーター値を特定せずに最適報酬を解析的に求めることは不可能である。しかし，線形計画法を使えば，パラメーター値を特定しなくても最適報酬の特徴付けは可能である。本小節では，線形計画法による検討を行う。

最適では個別合理性制約 (IR) と誘因両立性制約 (IC) は等号で成立することから，プリンシパルの最適化問題 (P1 : AI) は Langrange 関数

$$
\begin{aligned}
L &= p_h(1 - w_1) + (1 - p_h)(-w_0) - \lambda[\psi - p_h u(w_1) \\
&\quad - (1 - p_h)u(w_0)\} - \mu\{\psi - (p_h - p_l)[u(w_1) - u(w_0)]\}
\end{aligned}
$$

に書き換えることができる。ただし，λ は制約 (IR) に関する Langrange 乗数であり，μ は制約 (IC) に関する Langrange 乗数である。最大化の 1 階の条件は，

$$\frac{\partial L}{\partial w_1} = -p_h + \lambda p_h u'(w_1) + \mu(p_h - p_l)u'(w_1) = 0 \tag{5.13}$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_0} = -(1-p_h) + \lambda(1-p_h)u'(w_0) + \mu(p_h - p_l)u'(w_0) = 0 \tag{5.14}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = p_h u(w_1) - (1-p_h)u(w_0) - \psi = 0 \tag{5.15}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu} = (p_h - p_l)[u(w_1) - u(w_0)] - \psi = 0 \tag{5.16}$$

と表される。なお，2 階の条件が満足されることは容易に確認される。

ここで，努力 $e \in \{l, h\}$ を選択したとき，エイジェントが報酬 w_i，$i = 0, 1$ を受け取る確率を p_i^e と表すと，(5.13) は，

$$-p_1^h + \lambda p_1^h u'(w_1) + \mu(p_1^h - p_1^l)u'(w_1) = 0$$

すなわち，

$$\frac{1}{u'(w_1)} = \lambda + \mu\left(1 - \frac{p_0^l}{p_0^h}\right)$$

と，同様に (5.14) は，

$$\frac{1}{u'(w_0)} = \lambda + \mu\left(1 - \frac{p_0^l}{p_0^h}\right)$$

と書き換えられる。よって，報酬は最適において，

$$\frac{1}{u'(w_i)} = \lambda + \mu\left(1 - \frac{p_i^l}{p_i^h}\right), \qquad i = 0, 1 \tag{5.17}$$

を満足する。

Langrange 乗数 λ と μ は正の定数であるので，(5.17) は報酬 w_i が尤度比 $\dfrac{p_i^l}{p_i^h}$ に比例することを主張する。尤度比は，基礎にある確率分布 p_i^e について，情報量がどのようであるかを測定する。$\dfrac{p_1^l}{p_1^h}=\dfrac{p_l}{p_h}<1$ であり，また $\dfrac{p_0^l}{p_0^h}=\dfrac{1-p_l}{1-p_h}>1$ であることに注意せよ。

ゆえに，$\dfrac{1}{u'(w_1)}>\dfrac{1}{u'(w_0)}$ であれば，

$$u'(w_0)>u'(w_1) \tag{5.18}$$

が成立する。エイジェントはリスク回避的 $(u''(\cdot)<0)$ と想定されているので，(5.18) は $w_0<w_1$ を意味する。実際に，低努力の場合よりも高努力の場合に，産出量は確率的に高く易い。したがって，高（低）利潤もまた，エイジェントが高（低）努力を履行している可能性が高く，報酬（懲罰）を与えられるべきであることを示す統計的情報である。

6.　むすび

本稿では，基本モデルとそのいくつかの拡張を検討してきた。しかし，更なる拡張はまだまだ可能である。とくに基本モデルでは，努力水準に関する信号は 1 種類だけであったが，従業員に与える誘因を決定するために，経営者が様々な会計規準から正しい信号を利用することができるように，複数の信号が存在する設定に拡張することは有意義である。Holmstrom (1979) は，プリンシパルとエイジェントの間の移転をある水準未満に下げることが不可能である（例えば，労働報酬は非負である）場合について，この制約が高努力水準を履行することと低努力水準を履行することの二律背反関係を変えることを示した（Laffont and Martimort (2002, Chapter 3.5) を見

よ)。また，エイジェントが複数存在する場合には，勝抜き方式のように同僚の成果 (Lazear and Rosen (1981))，あるいは相対的成果 (Green and Stokey (1983)) に基づいて，あるエイジェントの報酬を決定することが考えられる。

参　考　文　献

Bolton, Patrick, and Mathias Dewatripont (2005), *Contract Theory,* MIT Press.

Borch, Karl, (1962), Equilibrium in a Reinsurance Market, *Econometrica* 30: 424-444.

Green, Jerry R., and Nancy L. Stokey (1983), A Comparison of Tournaments and Contracts, *Journal of Political Economy* 91: 349-364.

Holmstrom, Bengt, (1979), Moral Hazard and Observability, *Bell Journal of Economics* 10: 74-91.

Laffont, Jean-Jacques, and David Martimort (2002), *The Theory of Incentives: The Principal-Agent Model,* Princeton University Press, Chapter 4.

Lazear, Edward P., and Sherwin Rosen (1981), Rank-order Tournaments as Optimum Labor Contracts, *Journal of Political Economy* 89: 841-864.

Milgrom, Paul, and John Roberts (1992), *Economics, Organization and Management,* Prentice-Hall, Chapter 6.

Sappington, David E. M., (1991), Incentives in Principal-Agent Relationships, *Journal of Economic Perspectives* 5(2): 45-66.

小平裕 (2016a),「道徳的危険とプリンシパル・エイジェント・モデル (I)」，成城大学『経済研究』第 212 号 1－24 ページ，2016 年 3 月

小平裕 (2016b),「道徳的危険とプリンシパル・エイジェント・モデル (II)」，成城大学『経済研究』第 213 号 21－57 ページ，2016 年 7 月。