貯蓄関数と経済成長

高木尚文

一　序

新古典派経済成長モデルにおいて、貯蓄関数に関してこれまで種々の仮定がなされてきた。もっとも多く用いられてきたのは、比例的貯蓄関数と所謂ケンブリッジ学派の貯蓄関数である。前者は貯蓄を国民所得の一定割合と規定するものであり、後者は賃金と利潤とからの限界貯蓄性向が異なることを仮定するのである。これを差別型貯蓄関数とよぼう。

最近W・W・チャンが新古典派の巨視的成長モデルにおける貯蓄の役割を徹底的に吟味する論文(1)を発表した。彼は持続的成長径路の存在と安定性の問題に特別の注意をむけているのである。彼のモデルでは、S、Y_1、Y_2をそれぞれ貯蓄総額、利潤総額、賃金総額とするとき、差別型貯蓄関数を一般化し、貯蓄関数として

$$S=S(Y_1,\ Y_2)$$

を導入している。このように差別型貯蓄関数を一般化した形で導入していることに対するメリットは、これまでの貯蓄関数をその特別の場合として包含することにあるが、むしろそれにより持続的成長径路の存在や均衡の安

定性等の問題に対して、一般の差別型貯蓄関数に課せられるべき条件を究明することにある。もし労働力が一定の率で増加するならば、どの持続的成長径路に沿ってもY_1、Y_2に関する総貯蓄関数についての弾力性の和が1であることが証明されている。換言すれば、$S(Y_1, Y_2)$は持続的成長径路に沿っては、Y_1、Y_2に関して一次同次の関数でなければならないということである。そしてこの事柄は、持続的成長径路に沿っては、Y_1もY_2もともに総貯蓄と同じ率で成長せねばならないという条件を考慮するとき、当然もつべき性質であることは明らかであろう。ところが従来の差別型貯蓄関数は、持続的成長径路の上ばかりでなく、その他の点においてもこの一次同次の性質をもっている関数形であることに注意すべきである。

ソロー・スワン・宇沢のモデル(2)では「唯一つの持続的成長径路が存在する限り、経済は大域的に安定である。」これらのモデルでは代替の弾力性がその体系の安定性に関して陽表的な役割を演じていない。しかし彼のモデルでは、それが貯蓄関数に課せられる単純な仮定に帰着されることが証明されている。そして彼のモデルでは、ソロー・スワン・宇沢モデルに対して、二つの異なるタイプの貯蓄関数をくみ入れることによってそれらの拡張を試みているのである。その一つは差別型貯蓄関数であり、他は貯蓄性向が利潤率にディペンドしている従来の差別型貯蓄関数の拡張形である。いずれの場合も代替の弾力性およびY_1、Y_2からの限界貯蓄性向が経済の安定性を決定する主要な要素であることが明らかにされている。彼は安定性、不安定性の原因を吟味するときに、効率単位で測られた資本・労働比率の変化による資本の成長率の変化を、生産性の効果と貯蓄の効果に分解している。さらに貯蓄の効果は、「純粋な貯蓄効果」と「分配効果」に分解されるのである。彼の体系では三つの効果の和が負の場合、そしてその場合にのみ安定的であることを示している。そして貯蓄の効果が正で、常に負の値をと

るところの生産性効果より大であるときにのみ、その体系は不安定である。

以上が彼の論文の骨子である。彼の論文を通読すればわかるように、その展開の最初の部分「ある持続的成長径路が存在するための必要条件は、その径路に沿ってY_1、Y_2に関する総貯蓄関数の弾力性の和が1に等しいことである。」という定理の証明の部分までは確かに一般の差別型貯蓄関数

$$S=S(Y_1,\ Y_2)$$

を仮定して結論が誘導されているのである。しかしそれから後の部分では$S(Y_1,\ S_2)$はY_1、Y_2の一次同次関数であるという強い制約条件を付加することによって、持続的成長径路の一意性、安定性に関する命題を誘導しているのである。しかも前述の$S(Y_1,\ Y_2)$はY_1、Y_2の一次同次関数であるという制約条件のために、二〇頁の貯蓄性向が利潤率にディペンドしている従来の差別型貯蓄関数の拡張形は、純数学的にはその特別の場合としては含まれないのである。彼が敢えて一般の差別型貯蓄関数に一次同次の強い条件を付加したのは、

$$\frac{S}{Y}=S(Y_1/Y,\ Y_2/Y)$$

とすることが可能であるとするためだけのことであろう。そしてそのために後半の安定性に関する命題が非常に限定されたものになっていると思われる。

この小論ではこの点に注目して、実質的には彼の一般の差別型貯蓄関数の定義を首尾一貫何等の附帯条件も付加しないで、持続的径路の一意性、均衡の安定性に関する命題が誘導できるように、定義し直し、彼の方法とパラレルに彼のえた結果を広い形で誘導してみよう。このことは一般の差別型貯蓄関数から種々の興味ある型の貯

蓄関数を自由にひきだせるという有利性をもつことになる。この点は強調されてよい。

二　モデルの構造

まずわれわれは新古典派の一部門成長モデルをベースとし、利潤極大の原理、完全競争および生産要素の完全雇用の条件を仮定する。生産関数はいたるところ一次同次であり、その限界代替率は逓減するものとする。Yを国民生産量、Kを資本ストック、Nを労働量、tを時間変数とするとき、生産関数を

(2. 1)　$F(K, N, t)$

であらわす。利潤極大原理と完全競争の仮定から生産要素は限界生産力によって支払われる。すなわち

(2. 2)　$$W=F_N(K, N, t),$$
$$R=F_K(K, N, t),$$

ここにW、Rはそれぞれ賃金率、利潤率を表わし、F_N、K_KはそれぞれK、Nによる偏微分係数を表わす。

つぎにこの小論を通じて小文字は大文字で表わされた量の変化率を表わすものとすれば、(2. 1)、(2. 2)をtについて対数微分することによって

(2. 3)　$$y=Ck+(1-C)n+\Pi,$$

(2. 4. 1)　$$w=\frac{C}{\sigma}(k-n)+M_N,$$

(2. 4. 2)　$$r=-\frac{1-C}{\sigma}(k-n)+M_K$$

をうる。ここに

$$\Pi=F_t/F\text{……技術進歩率},$$

$$\sigma=F_KF_N/(FF_{KN})\text{……代替の弾力性},$$

$$M_i=F_{it}/F_i \qquad (i=N,\ K).$$

かつ

Cは国民所得に対する資本の分配率である。すなわち

(2. 5) $$C=RK/Y.$$

規模に関して収益一定を仮定することによって

(2. 6) $$Y=Y_1+Y_2=RK+WN,$$

ここにY_1、Y_2はそれぞれ利潤総額、賃金総額を表わす。(2. 6) をtについて偏微分することによって

(2. 7) $$\Pi=CM_K+(1-C)M_N.$$

(2. 5) をtについて対数微分し、(2. 3), (2. 4) および (2. 7) を代入して、資本の分配率(C)の変化率(c)に対して

(2. 8) $$c=(1-C)\left[\left(1-\frac{1}{\sigma}\right)(k-n)+M_K-M_N\right]$$

をうる。

ハロッドの定義によって、技術進歩は利潤率一定のとき、資本の分配率が増加するか、不変であるか、減少す

るかによって、労働節約的、中立的もしくは資本節約的であるといわれる。したがって (2. 4. 1) において r を 0 とおいて

$$k-n\,|_{r=0}=\sigma M_K/(1-C). \tag{2.9}$$

(2. 8) に (2. 7), (2. 9) を代入して (2.10) をうる。

$$c\,|_{r=0}=\sigma M_K-\Pi\equiv H,\ \text{say}. \tag{2.10}$$

この H はハロッドの意味での中立的技術進歩からの偏(かた)よりを測る測度であって、

$$H\begin{Bmatrix}>\\=\\<\end{Bmatrix}0\quad \text{ならば，技術進歩は}\begin{cases}\text{労働節約的}\\\text{中　立　的}\\\text{資本節約的}\end{cases}$$

である。

最後に (2. 4), (2. 7), (2. 8) および (2.10) から

$$w=\frac{\Pi}{1-C}+\frac{C}{\sigma}\left(k-n-\frac{\Pi+H}{1-C}\right) \tag{2.11.1}$$

$$r=-\frac{1-C}{\sigma}\left(k-n-\frac{\Pi+H}{1-C}\right), \tag{2.11.2}$$

$$c=(1-C)\left[\left(1-\frac{1}{\sigma}\right)\left(k-n-\frac{\Pi+H}{1-C}\right)+\frac{H}{1-C}\right]. \tag{2.12}$$

技術進歩がハロッドの意味で中立的であるとき、生産関数は

$$F(K,\ AN)$$

とかかれ、

$$\Pi/(1-C)=a$$

である。

以上は新古典派経済成長モデルの構造を示す一連のこれまでに知られている結果である。これを予備知識としてつぎに進もう。

三　一般の差別型貯蓄関数

第一節序で述べたように、チャンは一般の差別型貯蓄関数をつぎの一般の関数形

$$S=S(Y_1,\ Y_2)$$

によって定義して、持続的成長径路の存在のための充分条件をもとめているのである。しかしその径路の一意性と均衡の安定性に関する命題の誘導に際しては、$S(Y_1,\ Y_2)$ が一次同次であることを仮定しているのである。

その理由は前述したように

$$J=\frac{S}{Y}=S\left(\frac{Y_1}{Y},\ \frac{Y_2}{Y}\right)=S(C,\ 1-C)$$

として J が

$$X = K/AN$$

とするとき、Xの関数であることを用いるためにすぎないと思われる。もしそうだとすれば、彼が直接的に差別型貯蓄関数として、平均貯蓄性向は、資本と労働の分配率のある関数であると定義すればよいことである。このように定義することによって形式的には以後持続的成長径路の一意性と安定性について広義の命題がえられるはずである。しかしその定義に対して適切な経済的意味ずけができるか否かはまた別の問題であって、この意味において、彼はこのような一般の差別型貯蓄関数をとらなかったものと考えるのが至当であろう。しかし反面貯蓄関数がいたるところ一次同次の性質をもつという仮定が果たして納得のいく性質であるかどうかを検討すると、これまた疑問がないわけではない。さらにその附帯条件は単に結論をひきだす過程において便宜上導入された仮定であることを思い合わせるとき、できる限り一次同次の仮定を取り除くべきであると考える。このような見解から、この節では貯蓄のもつ性質を吟味して一般の差別型貯蓄関数を定義したいと思う。

まず貯蓄の性格の検討からはじめる。総貯蓄はこれを分解すれば、企業部門（資本の側）、家計部門（労働の側）と社会部門（税制により社会資本の原資となる強制的貯蓄）の三つに大別される。そして同じく貯蓄といってもその性格はそれぞれの部門において異なるとみるのが現実にマッチした見方であろう。このように考えると上述の各部門から派生する貯蓄が何によって決定されているかというメカニズムを明らかにして、貯蓄関数の形をきめたのち、それらの要素をその貯蓄関数の変数として採用すればよいわけである。その場合共通していえることは、貯蓄は投資を考慮に入れての貯蓄であるから現存の資本ストックの水準が各部門において貯蓄を決定する基準となっていることは明らかである。ただ資本ストックの効果を各部門においていかなる指標でキャッチしているか

が問題なのである。そして各部門の目標は、各部門が具有しているその時点での資本ストックと対比されて貯蓄量が決定されるという意味において

$$\frac{S_i}{K_i}, \qquad i=1,\ 2,\ 3,$$

が基本的な目標となる。そこでこの目標は現実には何を指標として設定されるかを次に考察しよう。それらがとりもなおさず貯蓄関数の変数にくみこまれるのである。

企業部門については従来から論ぜられているように利潤率が基本であろう。[3] 企業家の心奥にあるものは利潤率の増大以外の何ものでもない。そのためにその時点における利潤率を基底において貯蓄を決定するとみてよいであろう。

家計部門については従来の見解は、賃金率であると考えられるが、この点について疑義がある。労働者の貯蓄行動を規定するものは、現存の資本ストックの効果をみて判断するとすれば、一つの指標として労働一単位当りの資本量すなわち労働の資本装備率が考えられ、これは生活水準を表わす一つの指標であるとともに、労働の生産性即賃金水準が規定される指標でもある。この資本装備率に対比した賃金率（以下換算賃金率という。）を考慮して貯蓄量を決定すると考えるべきであろう。というのは同じ賃金率であっても、そのおかれている社会および個人の環境によって労働者の賃金率の受取り方は異なるはずであるからである。このように考えて、家計部門の貯蓄行動を規定する基本変数として、資本装備率を関連せしめた換算賃金率のうち最も簡単なものとして、

換算賃金率＝(賃金率)÷(資本装備率)

$$=W/\eta, \quad \eta=\frac{K}{L}, \text{ say}$$

を採用する。したがって換算賃金率が同一水準にあるときは、家計部門の貯蓄行動は同じであるとみなすことになる。

以上の二部門についての貯蓄行動は一応それぞれの部門について、独立に別個の行動を示しているとして単純化が可能であろう。これが従来のアディティブな差別型貯蓄関数がうけ入れられている根底であると思考する。しかし経済の現段階において急速に増大しつつある社会部門にくり入れらたる貯蓄量は、まさに社会全体すなわち企業と家計の両部門を総合した見地にたって決定されるべき性質のものであろう。したがって当該部門における貯蓄額の大きさは、事後的に両部門から強制的に税制によって吸収された部門の公共投資の原資にあてられるべき計画量である。したがってこの計画量の決定行動がこの部門に関連をもつ両部門の貯蓄量であることになる。その貯蓄行動は以上の議論から明らかなように、企業部門の産業活動を表わす利潤率と家計部門の状態を表示していると考えられる換算賃金率の関数として規定さるべきであって、ここにいたって総貯蓄関数(とくに総という。)はアディティブな関数形では規定できないことが明らかとなる。したがって貯蓄関数としてつぎに述べる一般の差別型貯蓄関数が提唱される必然的根拠がある。これが従来の差別型貯蓄関数を包含するからという単なる形式的数学的見地からの拡張ではないことは注目すべきポイントであると思う。

貯蓄関数の定義

t 時点における貯蓄関数は、その時点における貯蓄(密度)量 $S(t)$ の資本ストック $K(t)$ に対する比率 U を

利潤率と、賃金率を労働の資本装備率(η)で除したところの換算賃金率の関数

$$(\mathrm{F})\qquad \frac{S(t)}{K(t)} \equiv U(t) \equiv U\{R(t),\ W(t)/\eta(t)\}$$

として定義することによって定義する。

定義式(F)は

$$(\mathrm{F}')\qquad \frac{S}{K} \equiv U\left(\frac{RK}{K},\ \frac{WL}{K}\right) = U\left(\frac{Y_1}{K},\ \frac{Y_2}{K}\right)$$

と変形できるから、形式的にはチャンの貯蓄関数に一次同次の条件を付加することによって全く同じものとなるが、この定義式は全く異なる経済的な裏づけの下で貯蓄関数が組み立てられているのである。そして二変数、利潤率と換算賃金率の一般形の関数として貯蓄関数を定義することが、差別型貯蓄関数のつぎの発展段階として必然性をもっていること、さらにこの意味においてわれわれは定義式(F)をチャンの貯蓄関数に一次同次の条件（経済的必然性のない）を導入した結果えられる等式を便宜的に採用したのではなくて、全く異なった範疇に属している概念であることが理解されよう。このように貯蓄関数を新らしい観点から定義することによる効果は、数学的には一次同次の条件を排除することが可能となる。そしてこの事柄は今後(F)の特別の場合として実際の貯蓄行動を反映しているところの貯蓄関数を定義する場合に、強い条件である一次同次の性質に制約されないという大きな利点をもつことになる。このことは非常に重要なことである。

いま

$$X=K/AN$$

とおくとき、Y/AN はYがK、ANの一次同次式であるからXの関数となり、

$$G(X)=Y/AN$$

とおける。また Y/Kも

$$Z=Y/K=G(X)/X=Z(X)$$

もXの関数となると同時に、付加価値Yにしめる利潤の割合すなわち資本の分配率Cも

$$C=RK/Y=XG'(X)/G(X)=C(X),$$

によってこれまたXの関数として表わされる。

四　持続的成長径路の存在

資本の蓄積は

$$I=\frac{dK}{dt}=UK-\mu K,$$

ここにμは一定の減価償却率である。それゆえに資本の成長率は貯蓄・資本率と減価償却率によって決定される。すなわち

(4. 2)　$k=(S/K)=U-\mu.$

この式をtについて微分して

(4. 3) $$\frac{dk}{dt}=k(s-k).$$

(4. 2) を対数微分して

$$u=s-k \qquad \text{i.e.} \qquad s=u+k.$$

さて

$$I=U(CZ,\ (1-C)Z)K$$

とかけるから

$$s=E_1(c+z)+E_2(\bar{c}+z)-k,\quad \bar{C}=1-C.$$

ここに

$$U(CZ,\ (1-C)Z)=U(\xi_1,\ \xi_2)$$

とおくとき

(4. 4) $$E_i=\frac{\xi_i\partial U}{U\partial\xi_i} \qquad i=1,\ 2.$$

しかるに

$$c=y_1-y, \qquad \bar{c}=y_2-y, \qquad z=y-k.$$

ゆえに

$$s=E_1y_1+E_2y_2+(E_1+E_2-1)k.$$

したがって

(4. 5) $$s=E_1(r+k)+E_2(w+n)+(E_1+E_2-1)k.$$

(4. 3) に (4. 4) と (2.11) を代入して

(4. 6) $$\frac{dk}{dt}=(k+\mu)\Big[B\Big(k-n-\frac{H}{1-C}\Big)+(E_1+E_2-1)\Big(n+k+\frac{\Pi}{1-C}\Big)+(E_1-1-B)\frac{H}{1-C}\Big],$$

ここに

$$B\equiv\frac{C}{\sigma}(E_1+E_2)+\Big(1+\frac{1}{\sigma}\Big)E_1-1.$$

(2.11.2) から資本の成長率は

(4. 7) $$k=n+(\Pi+H-\sigma r)(1-C).$$

持続的成長径路は、利潤率が正の定数で、資本・産出比率が不変である径路として定義されるから、ハロッドの意味での中立的技術進歩がこの径路に沿って示されると仮定される場合には、

$$H=0,\qquad r=0$$

とおくことによって，持続的成長径路に沿って資本の成長率

(4. 8)　$k^* = n + \dfrac{\Pi}{1-C^*} = n + a$

をうる。ここに a は外生的に与えられると仮定される。k^* は一定であるから

$$\frac{dk^*}{dt} = 0.$$

このことは，(4. 6) において $H=0$, $\dfrac{dk}{dt}=0$, さらに (4. 8) が成立していることと同値であるから

(4. 9)　$E_1^* + E_2^* - 1 = 0$

をうる。ここに E_i^* は，$R=R^*$, $W/\eta = W^*/\eta^*$ に対する値である。

したがってつぎの存在定理がえられる。

存在定理　持続的成長径路に沿うて，ハロッドの中立的技術進歩が実現されている場合には，

(4. 9)　$E_1^* + E_2^* = 1$

が必要条件である。

以後ハロッドの中立的技術進歩を常に仮定すれば，(2.11), (2.12) および (4. 6) は

(2.11.1)′　$w = a + \dfrac{C}{\sigma}(k-n-a)$,

(2.11.2)′　$r = -\dfrac{1-C}{\sigma}(k-n-a)$,

$$(2.12)' \qquad c=(1-C)\left(1-\frac{1}{\sigma}\right)(k-n-a),$$

$$(4.\ 6)' \qquad dk/dt=B(k+\mu)(k-n-a)+(E_1+E_2-1)(n+a).$$

持続的成長径路の存在は

$$(4.\ 2) \qquad k=U-\mu$$

に依存する。これは前述したごとく $X\equiv K/AN$ の関数であるから

$$(4.\ 3) \qquad k=U(X)-\mu\equiv Q(X)$$

とおける。効果単位で測った資本・労働比率の均衡値は

$$(4.10) \qquad Q(X^*)=n+a.$$

ある正の値 X^* の存在は、生産関数および投資関数に依存する。一組の充分条件は、

$$(4.11) \qquad \lim_{X\to 0} Q(X) \geq n+a, \qquad \lim_{X\to\infty} Q(X) \leq n+a.$$

である。

五　持続的成長均衡径路の安定性

この節において持続的成長径路の安定性に対する条件を吟味しよう。

いま

$$x=Q(X)-n-a$$

とおく。この式は安定性を分析する場合に用いられる基本的な動態方程式である。

$$Q(X) \gtreqless n+a \text{ のときそしてそのときに限り } x \gtreqless 0$$

であるから、持続的成長径路の漸近的安定性に対する必要かつ充分条件は

(5. 1)　$X \lessgtr X^*$ のとき $Q(X) \gtrless n+a$

である。

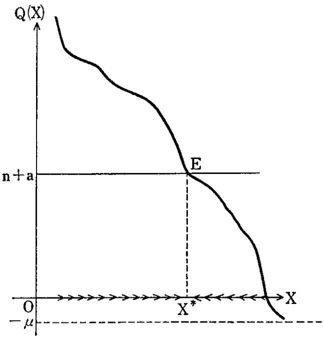
安定性は関数 $Q(X)$ に関係するから、いくつかの均衡値があることがありうる。$Q(X)$ のスロープは均衡点の近傍において負のスロープをもつことが要求されるだけで大域的には制限はなく図に示された形がとられてよいわけである（図中 E は均衡点である)。$Q(X)$ の形状は生産関数と貯蓄関数に依存する。これは安定条件が、代替の弾力性(σ)と利潤率および賃金率の投資性向に依存することを暗示している。ここでは局所的条件の下での安定性の要因を分析しよう。体系は

(5. 2)　$d(dX/dt)/dX\,|_{X=X^*}=X^*Q'(X^*)<0$

であるとき、そしてそのときにのみ局所的に安定である。

(5. 3)　$$Q'(X)=\frac{\partial Q}{\partial \xi_1}\frac{d(CZ)}{dx}+\frac{\partial Q}{\partial \xi_2}\frac{d(\bar{C}Z)}{dX},$$

$Q(X)$　関　数



$$=\frac{\partial Q}{\partial \xi_1}\left(\frac{dC}{dX}Z+C\frac{dZ}{dX}\right)+\frac{\partial Q}{\partial \xi_2}\left(\frac{d\bar{C}}{dX}Z+\bar{C}\frac{dZ}{dX}\right).$$

ここで

$$\bar{C}=1-C,\quad \frac{d\bar{C}}{dX}=-\frac{dC}{dX}$$

であるから

$$Q'(X)=\left(\frac{\partial Q}{\partial \xi_1}-\frac{\partial Q}{\partial \xi_2}\right)\left(\frac{dC}{dX}Z+C\frac{dZ}{dX}\right)+\frac{\partial Q}{\partial \xi_2}\ \frac{dZ}{dX}.$$

しかるに

$$Z\frac{dC}{dX}=(1-\sigma)G',$$

$$\frac{dZ}{dX}=\frac{G'(X)\sigma}{C}\qquad \text{i.e.}\qquad C\frac{dZ}{dX}=G''\sigma$$

であるから

$$Q'(X)=\left(\frac{\partial Q}{\partial \xi_1}-\frac{\partial Q}{\partial \xi_2}\right)\{(1-\sigma)G''+G''\sigma\}+\frac{\partial Q}{\partial \xi_2}\ \frac{G''\sigma}{C},$$

$$=\frac{G''}{C}\left[\sigma\frac{\partial Q}{\partial \xi_2}+C\left(\frac{\partial Q}{\partial \xi_1}-\frac{\partial Q}{\partial \xi_2}\right)\right].$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \xi_i}=\frac{\partial U}{\partial \xi_i} \qquad (i=1,\ 2)$$

であるから

(5. 3) $$Q'(X)=\frac{G''}{C}\left[\sigma\frac{\partial U}{\partial \xi_2}+C\left(\frac{\partial U}{\partial \xi_1}-\frac{\partial U}{\partial \xi_2}\right)\right].$$

安定性の定理

持続的成長径路が局所的に安定的であるための必要かつ充分条件は、

(5. 4) $$\sigma > C\left(\frac{\partial U}{\partial \xi_2}-\frac{\partial U}{\partial \xi_1}\right)\Bigg/\frac{\partial U}{\partial \xi_2},$$

である。

証明 (5. 3) において、生産関数の性質から

$$G''(X)<0$$

であるから、(5. 4) が成立するとき、しかもそのときに限り

$$Q'(X)<0$$

であるからである。

この定理の特段の場合としてつぎの二つの系がえられる。

系〔一〕 もし

$$U=[S_1C+S_2(1-C)]\frac{Y}{K},\quad S_1,\ S_2 \text{ は定数}$$

のような差別型の関数ならば（5．3）は

$$U'(X)=\frac{G''}{C}\{\sigma S_2+C(S_1-S_2)\}$$

となるから，（5．4）は

(5．4)′ $$\sigma>\frac{C(S_2-S_1)}{S_2}=1-\frac{J}{S_2},\quad J=UK/Y$$

となる。

つぎに，もし

$$U=[S_1(R)C+S_2(R)(1-C)]Z$$

とすれば，勿論 R も X の関数であるから，$S_1(R)$ は CZ の関数，$S_2(R)$ は $(1-C)Z$ の関数と考えられる。

したがってこの場合も

$$U=U\{CZ,\ (1-C)Z\}$$

の特段の場合に該当する。

この場合は

$$S_1(R)(CZ),\qquad S_2(R)[(1-C)Z]$$

を直接Xで微分すればよい。

$$Q'(X)=\{S_1(R)-S_2(R)\}\frac{d(CZ)}{dX}+\frac{d}{dX}\{S_1(R)-S_2(R)\}(CZ)$$

$$+S_2(R)\frac{dZ}{dX}+\frac{dS_2(R)}{dX}Z,$$

$$=\frac{G''}{C}\{\sigma S_2+C(S_1-S_2)\}$$

$$+\underbrace{\left[\frac{dS_1(R)}{dX}-\frac{dS_2(R)}{dX}\right](CZ)+\frac{dS_2(R)}{dX}Z}_{I,\ \text{say}}.$$

$$I=\left(S_1\cdot\overline{\frac{RdS_1}{S_1dR}}-S_2\overline{\frac{RdS_2}{S_2dR}}\right)\frac{dR}{dX}\ \frac{(CZ)}{R}$$

$$+S_2\frac{R}{S_2}\ \frac{dS_2}{dR}\ \frac{dR}{dX}\ \frac{Z}{R},$$

$$=[C(S_1\epsilon_1-S_2\epsilon_2)+S_2\epsilon_2]\frac{Z}{R}\ \frac{dR}{dX},$$

$$=(CS_1\epsilon_1+(1-C)S_2\epsilon_2)\frac{G''}{G'},$$

$$=\left(\frac{CS_1\epsilon_1+(1-C)S_2\epsilon_2}{J}\right)J\frac{G''}{C}\cdot\frac{CZ}{R}.$$

ここに

$$\epsilon_j\equiv\frac{R}{S_i}\ \frac{dS_i(R)}{dR}\qquad j=1,\ 2.$$

また

$$\frac{CZ}{R}=1.$$

ゆえに

$$I=\left(\frac{C_1S_1\epsilon_1+(1-C)S_2\epsilon_2}{J}\right)J\frac{G''}{C}.$$

したがってつぎの系〔二〕をうる。

系〔二〕　もし

$$U=[S_1(R)C+S_2)R)(1-C)]Z$$

とすれば、持続的成長径路が局所的に安定的であるための必要かつ充分条件は

(5. 4)″ $$\sigma>\frac{C(S_2-S_1)-J\epsilon^*}{S_2}=1-\frac{J}{S_2}(1+\epsilon^*)$$

である。ここに

$$\epsilon^* = \frac{CS_1}{J}\epsilon_1 + \frac{(1-C)}{J}\epsilon_2$$

であり、

$$\epsilon_i \equiv \frac{RdS_i(R)}{S_i dR} \qquad i=1,\ 2.$$

なおこのほかに

$$U = [S_1(R)C + S_2(W/\eta)(1-C)]Z$$

なども考えられる関数形の1つであろう。

(1) W. W. Chang, The Theory of Saving and The Stability of Growth Equilibrium, Quaterly Journ. of Economics, vol. LXXXIII, (1969), pp. 491—503.

(2) P. M. Solow, A Contribution to the Theory of Economic Growth, Quaterly Journ. of Economics, LXX, (1956), pp. 65—94.

T. Swan, Economic Growth and Capital Accumulation, Economic Record, XXXII, (1956), pp. 334~61.

H. Uzawa, Neutral Inventions and the Stability of Growth Equilibrium, Review of Economic Studies, XXVIII, (1961), pp. 117—24.

(3) N. Kaldor, A Model of Economic Growth, Economic Journal vol. 67, (1957), pp. 591—624. 参照。

その他の新古典派経済成長理論における貯蓄関数の持続的成長均衡径路の安定性の問題についての文献については吉岡守行、均衡成長と貯蓄関数、一橋論叢第五六巻（第二号）一九九―二〇七頁参照。