最適人口理論の一展開

高木尚文

一　序

シスモンディ（S. Sismondi）は一定地域の住民に最大可能な幸福を与えるような富と人口との関係を発見することをもって政治家の責務とした。そして富と人口との基本的関係は、つまるところ土地に限らず凡ゆる生産要素に作用する収穫逓増および逓減法則によって決定されるのである。マルサスにおける土地収穫逓減法則に明確な表現を与えたのは、ミル（J.S. Mill）であるが、彼は人口増加が人口の平均的状態に及ぼす影響を考察し、それにより最適人口理論の基礎を築いた。しかし彼は人口問題を主として人口対食料の問題とみたマルサス的な考え方から脱しきれなかったのである。

ミルにおける収穫法則についての狭隘な解釈を修正し、且つ一人当りの分前という観念を明白にして最適人口の概念を確定したのはキャナン（E. Cannan）である。[1] 彼の所説を要約すれば、「人口増加はその社会のおかれた環境によっては産業の人口一人当り生産量を減少させるとは限らず増加させることもありうる。他方、人口減少

も必ずしもそれを増加させるとは限らず人口が相対的に過少のときは逆にそれを減少させるのである。この事柄から一社会のある時点における自然資源（土地）を所与とし、技術水準を一定とするとき、人口（労働）一人当り生産量を最大にする人口の大きさが確定されるはずである」と。これがキャナンの「最適人口の概念」である。したがって彼の最適人口は目標「人口一人当り生産量最大」に対する最適人口である。さらに目標「一社会の総生産量最大」に対する最適人口も存在するわけである。本稿においてはこれらに準ずるところの二種類の最適人口の概念を取扱うことにする。

しかしこれまで述べてきたことで明らかなように、従来の最適人口の概念は経済静学に属する概念であって、しかも特定の時点においてその社会に実在する人口とは別個に特定の目標に対して設定されるその時点におけるその社会に個有の人口の理想像にすぎない。

もし人口政策の策定者が「現存する人口を所与として、ある目標の下に時間の経過にしたがって人口を最適に変動させてゆく」というプロジェクトをもつものとすれば、この立案者にとって静学的最適人口理論は殆んど効力をもちえないことは明らかであろう。この政策立案者の要請に応える動学的最適人口理論、別言すれば「最適人口径路」の究明こそ本稿の目的である。

二　記　号

t＝時間変数。$Y(t)$、$L(t)$、$C(t)$ および $K(t)$ をそれぞれ時点 t における付加価値的生産量、労働量および消費量の各密度関数および資本ストックとし、$s(t)$ を t における平均貯蓄性向とする。つぎに

$$c(t)=C(t)/L(t),\quad k(t)=K(t)/L(t),\quad x(t)=\dot{L}(t)/L(t)$$

とかく。

技術水準は生産関数

(2. 1) $\quad Y=F(K,\ L)$

によって表わされる。いま一次同次を仮定すれば、

(2. 2) $\quad \begin{cases} F(K,\ L)=LF(K/L,\ 1)\equiv Lf(k), \\ F_K(K,\ L)=f'(k),\quad F_L(K,\ L)=f(k)-kf'(k). \end{cases}$

さらに

$$F(0,\ L)=0,\quad F(K,\ 0)=0,$$

(2. 2) $\quad F_K(K,\ L)>0,\quad F_{KK}(K,\ L)<0,\quad (L>0,\ K\geq 0)$

を仮定するとき

(a) $f(0)=0$, (b) $f'(k)>0$, (c) $f''(k)<0$.

ここで労働の増加に対して

$$F_L(K,\ L)<0,\quad F_{LL}(K,\ L)<0,\quad (L\geq 0,\ K>0)$$

が明記されていないのは、生産関数の一次同次性からそれらが導かれるからである。

個人の厚生はつぎの条件を満たす効用関数$u(c)$によって評価されるものとする。

(2. 3) $\quad u'(c)>0,\quad u''(c)<0,\quad \lim_{c\to 0} u'(c)=\infty.$

また

(2. 4)　$u(c_0)=0,\quad \lim_{c\to\infty} u(c)=B\leqq\infty.$

ここで c_0 はJ・E・ミードによって "welfare subsistence level" とよばれるものである。

三　モデルの枠組みと性格

われわれのモデルは、閉鎖経済における単一生産物モデルである。したがってその生産物は消費財にも資本財にも使用できるものとする。消費に使用されない生産物の残余の部分は貯蓄され、それはまた自動的に投資され、資本ストックに追加されて次期の生産量に影響を与えるものとする。

最初は、技術水準一定を仮定するが、それは第六章において後進的経済もしくは先進的経済に最適消費径路をとらせようとするときに果たす技術進歩の役割を明らかにするためである。

またモデルの単純化のために労働人口は人口の一定割合とし、各時点における労働は同質とする。

モデルは閉鎖経済を前提としているから、資本や労働力の移動は0で、資本ストックは劣化しないものとしょう。

モデル　I

最適人口径路にかかわる目標として、最大とすべき目標関数もつぎのように設定する。

(3. 1)　$P=\int_0^\infty e^{-\rho t}L(t)u(c)dt.$

モデル Ⅲ

$$P=\int_0^\infty e^{-\rho t}u(c)dt. \tag{3. 2}$$

である。

モデルでは個人の経済的厚生がその消費効用$u(c)$で測れるものと仮定している。そのときモデルⅠは、特定の時点(0)の人口、資本量を所与として、0時点から無限の将来に亘る社会全体の経済的厚生の総和の割引率ρ($\rho>0$)で換算された0時点における現価（以下単に総経済的厚生という）を目標関数として、その値を最大にすることである。モデルⅡは同じく0時点の人口、資本量を所与として、0時点から無限の将来に亘る平均（一人当り）経済的厚生の割引率ρで割引かれた0時点における現価（以下単に一人当り経済的厚生という）を目標関数として、その値を最大にすることである。したがってモデルⅠ、Ⅱのいずれも時間選好 (time preference) を前提としているわけである。

さてモデルⅠ、Ⅱは、それぞれ社会の総生産量最大もしくは一人当り平均生産量最大を目標とする静学的最適人口に対して動学的な最適人口であり、実体は0時点の人口と資本ストック量を所与としたときの「最適人口径路」を含意するのである。

目標関数（3. 1）或いは（3. 2）を最大にするための問題を近代経済学では、従来「最適消費径路」の問題として論じているのである。この場合、人口一定を仮定したとき、目標達成のためには、各時点において所得（＝生産量）のうちの如何程を、それを消費することによってえられる効用を犠牲にして貯蓄すべきかという問題が

随伴して起こる。これを最適貯蓄（Optimum Saving）の問題として最初に論じたのが有名なラムゼイ[2]（F.P. Ramsey）である。

つぎに人口一定の仮定を除去すると、最適消費径路の問題に関連して、「最適貯蓄の問題」と「最適人口の問題」が派生することになる。最近におけるミード（J.E. Meade）の「最適人口と最適貯蓄」[3]およびダスグプタ（P.S. Dasgupta）の「最適人口の概念」[4]はまさに最適消費径路の問題における「最適人口の問題」にフットライトをあてたわけである。しかし近代経済学者である彼等二人の問題意識の実体は「最適消費径路」の達成のために、生産要素としての「労働」の最適投入量の問題として把握しており、「雇用（投入）労働量」と書くべきところを「人口」という語を用いているにすぎないのである。[5]

筆者もさきに、彼等と同じ立場にたって、最適消費径路の問題を論じたが[6]、今回のモデルは、人口理論の立場から「最適人口径路」が「最適消費径路」と関連づけて論究されることになるのである。

まず特定時点(0)における人口と資本量を所与とし、それを初期条件として、社会の総経済厚生最大或いは平均経済厚生最大を目標として、人口を変動させたいのである。しかるに労働の完全雇用を前提におくと、人口の成長率を上述の目標に対して最適に変動させることになるが、人口理論の教えるところによれば、人口成長率の構成要素である出生率、死亡率について経済発展の一定段階をこえると、各時点において人口がおかれている経済の環境条件―一人当り生産量、労働、資本の限界生産力―にディペンドして決定されると考えるべきである。しかるにこのモデルでは一次同次の生産関数を仮定しているから（2. 2）によってこれらの指標はすべて資本・人口比率(k)の関数である。したがって経済発展がある段階を過ぎると、すなわちあるk^*があって $k \geqq k^*$ のとき、

人口成長率はkの一定の関数で

$$x(t)=x\{k(t)\}, \qquad (k \geqq k^*)$$

であると仮定することにする。

しかし経済の発展段階がk^*以前においては、死亡率は高水準で一定と考えられるが、一方出生率については、まだその発展段階までは人間が一個の人間としての意識に目ざめない時代であるから、人口が本来的にとりうる範囲内の任意の値を、為政者の適宜な制度の活用もしくは政策によって、とらせることが可能であると仮定するのである。

上述の考察によってこのモデルでは人口成長率に関してつぎの前提をおこう。

人口成長率に関する前提

$k<k^*$ に対しては$x(t)$はつぎの条件

$$(3.\ 3) \qquad -m \leqq x \leqq M, \qquad m,\ M>0$$

を満足する任意の値を選択して政策的にとらせうる。

$k \geqq k^*$ に対しては$x(t)$は$k(t)$の一定の関数で

$$x(t)=x\{k(t)\}$$

である。

まず技術進歩がない場合について考察しよう。

四　モデル　I

いま

$$C(t)=F(K,\ L)-\dot{K}(t)$$

であるから

$$c(t)=f(k)-(\dot{K}/L).$$

さらに

$$\dot{k}=\frac{\dot{K}L-K\dot{L}}{L^2}=\frac{\dot{K}}{L}-xk$$

であるから

$$\dot{k}=f(k)-c(t)-xk.$$

貯蓄率を$s(t)$とするとき

(4. 1)　$\dot{k}=sf(k)-xk$

が成立する。

関係式（4. 1）を用いてモデルIはつぎのように定式化される。

(4. 2)　$\int_0^\infty Lu[(1-s)f(k)]\,e^{-\rho t}dt\rightarrow \mathrm{Max}.$

subject to

$$\begin{cases} \dot{k} = sf(k) - xk, \\ \dot{L} = xL, \\ s \leqq 1, \\ -m \leqq x \leqq M, \quad k < k^* \ ; \quad x = x(k), \quad k \geqq k^*. \end{cases}$$

このモデルをポントリヤーギン（L. S. Ponriyagin）の最大原理によって解く。このシステムのハミルトニアンは

$$H = Lu[(1-s)f(k)]e^{-\rho t} + \Psi e^{-\rho t} xL + \xi e^{-\rho t}[sf - xk].$$

ここで $\Psi e^{-\rho t}$, $\xi e^{-\rho t}$ は所定の目標に対して労働および資本の限界部分が時点 t においてもつ経済的価値を表わしていると解釈される。$\Psi e^{-\rho t}$, $\xi e^{-\rho t}$ が満足すべき微分方程式は

$$(4.\ 3) \qquad \frac{d}{dt}[\Psi e^{-\rho t}] = -(\partial H/\partial L) = -ue^{-\rho t} - \Psi e^{-\rho t} x,$$

すなわち

$$\dot{\Psi} = \Psi(\rho - x) - u$$

および

$$(4.\ 4) \qquad \frac{d}{dt}[\xi e^{-\rho t}] = -(\partial H/\partial k) = -Le^{-\rho t}(1-s)f'(k)u' - \xi e^{-\rho t}\left[sf' - x - k\frac{dx}{dk}\right]$$

である。

(4. 4) から

$$\dot{\xi}=\rho\xi-L(1-s)f'(k)u'-\xi\left[sf'-x-k\frac{dx}{dk}\right].$$

ここで $\zeta=\xi/L$ とおくと

$$\dot{\zeta}=(\dot{\xi}-\xi x)/L$$

であるから前式により，(4. 4) は

$$\dot{\zeta}=-\left[sf'-\left(\rho+k\frac{dx}{dk}\right)\right]\zeta-(1-s)f'(k)u' \tag{4. 5}$$

となる。

つぎにHはSについて極大化されなければならない。しかるに

$$\frac{\partial H}{\partial S}=-Lu'[(1-s)f(k)]e^{-\rho t}+\xi f(k)e^{-\rho t}$$

の符号は，(2. 3) によりu'が減少関数で $s\rightarrow 1$ のとき $u'\rightarrow\infty$ であるから

$$\frac{\partial H}{\partial S}<0,\quad \zeta<u' \text{ のとき，}$$

$$\frac{\partial H}{\partial S}=0,\quad \zeta=u' \text{ のとき，}$$

$$\frac{\partial H}{\partial S} > 0, \quad \zeta > u' \text{ のとき}$$

である。したがってHの極大に対する必要十分条件は $\frac{\partial H}{\partial S}=0$ で

(4. 6) $\quad \zeta = u'$

が成立する。

(4. 6) により (4. 5) は

$$\frac{d}{dt}(u') = -\left[f'(k) - \rho - k\frac{dx}{dk}\right]u',$$

すなわち

(4. 7) $\quad \dot{c} = -[u'(c)/u''(c)]\left[f'(k) - \rho - k\frac{dx}{dk}\right]$

となる。

最後にxが$-m$とMの間の値を任意にとりうる場合には、Hを極大化するには、xを

(4. 8. 1) $\Psi < k\zeta$ のとき $\quad x = -m,$

(4. 8. 2) $\Psi = k\zeta$ のとき $\quad -m \leqq x \leqq M,$

(4. 8. 3) $\Psi > k\zeta$ のとき $\quad x = M$

とすればよい。

これまでの結果をまとめて、最適人口政策は、形式的には $k<k^*$ のとき、(4. 8) のルールの下で

(4. 9. 1) $\dot{\Psi}=(\rho-x)\Psi-u(c)$,

(4. 9. 2) $\dot{c}=-[u'(c)/u''(c)][f'(k)-\rho]$,

(4. 9. 3) $\dot{k}=f(k)-c-xk$,

ただし (4. 9. 2) は (4. 7) において $\dfrac{dx}{dk}$ を0とおいたものである。

ここで特に形式的にと書いたのは、もしその社会の経済事情が後進経済段階にあるときは、時点tにおいて目標 $Lu[(1-s)f(k)]$ 最大に対する労働Lの限界部分の価値Ψとkの限界部分の価値を用いてL、kの価値をそれぞれ$L\Psi$、$k\xi$で測るとすれば、条件

$$L\Psi<k\xi$$

は労働Lが資本Kの価値に対して相対的に低い時期すなわち後進経済状態を表わしていると解釈される。いま0時点でその社会が後進経済状態にあると仮定して、その人口成長率を最低値 $(-m)$ に押えうる期間は高々 (4. 8. 2) の条件を満すまでであると仮定することは当をえているであろう。もし (4. 8. 2) の条件を満たす以前に人口成長率を$-m$に押えることが不可能の場合には別途の政策を合せ用いなければならない。この事柄については後章六において論ずることとし、ここでは簡単のために、労働(L)と資本(K)の価値が等くなる時点において実現されるkがk^*であると仮定しておこう。その時点をT^*とすると、T^*以後最適消費径路は条件 (4. 8. 2) を満足しなければならない。したがってxは (3. 3) の範囲の任意の値をとっても、積分値 (4. 2) の値は変らないはずである。それはそれとしてこの場合の最適条件は

(4.10)　$\Psi = k\zeta = ku'$

の下で（4. 9）の諸条件が成立することである。

（4.10）と（4. 7）から

$$(\rho - x)\Psi - u(c) = \frac{d}{dt}(ku') = \dot{k}u' + k\frac{d}{dt}(u')$$

$$= u'[f(k) - c - xk] - k\left[f'(k) - \rho - k\frac{dx}{dk}\right]u'.$$

$$\therefore\quad (\rho - x)ku' - u(c) = u'\left[f(k) - c + (\rho - c)k - kf' + k^2\frac{dx}{dk}\right].$$

$$\therefore\quad u(c) = u'\left[c - \left\{f(k) - kf'(k) - k^2\frac{dx}{dk}\right\}\right].$$

したがって $t \geqq T^*$ に対する最適消費径路の必要条件は

(4.11.1)　$u(c) = u'\left[c - f(k) + kf'(k) - k^2\frac{dx}{dk}\right],$

(4.11.2)　$\dot{c} = -(u'/u'')\left[f'(k) - \rho - k\frac{dx}{dk}\right],$

(4.11.3)　$\dot{k} = f(k) - c - xk$

である。

条件式（4.11）を用いて積分値

$$V_T=\int_{T^*}^{T} Lu(c)e^{-\rho t}dt$$

を評価しよう。

$$V_T=\int_{T^*}^{T} e^{-\rho t}Lu'(c)\left\{c-f(k)+kf'(k)-k^2\frac{dx}{dk}\right\}dt.$$

いま

$$p=e^{-\rho t}u'\{c(t)\}$$

とおくと（4.11.3）により

$$V_T=\int_{T^*}^{T} pL\left\{-\dot{k}-xk+kf'(k)-k^2\frac{dx}{dk}\right\}dt$$

$$=\int_{T^*}^{T} pL\left\{kf'(k)-\dot{k}-xk-k^2\frac{dx}{dk}\right\}dt.$$

しかるに

$$\frac{\dot{p}}{p}=\frac{-\rho e^{-\rho t}u'(c)+e^{-\rho t}u''\dot{c}}{e^{-\rho t}u'(c)}=-\rho+\frac{u''}{u'}\dot{c}$$

$$=-\rho-f'(k)+\rho+k\frac{dx}{dk}$$

$$=-f'(k)+k\frac{dx}{dk}.$$

ゆえに

$$kf'(k)=-k\frac{\dot{p}}{p}+k^2\frac{dx}{dk}.$$

これを前式に代入して

$$V_T=\int_{T^*}^{T}pL\left\{-k\frac{\dot{p}}{p}-\dot{k}-xk\right\}dt$$

$$=-\int_{T^*}^{T}\left[\dot{p}K+pL\left(\frac{\dot{K}L-\dot{K}L}{L^2}\right)+p\frac{K\dot{L}}{L}\right]dt$$

$$=-\int_{T^*}^{T}[\dot{p}K+p\dot{K}]dt=-\int_{T^*}^{T}[pK]'dt.$$

ゆえに

(4.12)　$V_T=p(T^*)K(T^*)-p(T)K(T)$.

したがってその社会の経済を政策によって，時点 T^* で条件(4.10)を満たすことができれば，以後必要条件(4.11)を満たす消費径路群のなかで

(4.13)　$p(T)K(T)\to 0$　　as $T\to\infty$

を満たす径路が最適消費径路である。

以上えられた結果をまとめてつぎの定理をうる。

定理一[7]

もしある社会が総経済的厚生最大を志向する場合に、その経済が後進的経済状態にあるときは、その状態を所与として時点T^*までその人口に許される最低の成長率（$-m$）を維持する政策を施行できるとし、そのT^*および以後において、つぎの条件

$$\begin{cases} u(c)=u'\left[c-f(k)+kf'(k)-k^2\dfrac{dx}{dk}\right], \\ \dot{c}=-[u'/u'']\left[f'(k)-\rho-k\dfrac{dx}{dk}\right], \\ \dot{k}=f(k)-c-xk \end{cases}$$ [8]

を満たすことに成功すれば、さらに条件

(4.13)　$p(T)\cdot K(T)\to 0, \quad \text{as } T\to\infty$

を満たす径路が最適消費径路で、それに対応する人口径路が最適人口径路である。

五　モデル　II

このモデルはある社会の特定時点0から無限の将来に亘たる平均経済的厚生最大を目標とする最適人口径路についてのモデルである。モデルIIはつぎのように定式化される。

(5. 1)　$\displaystyle\int_0^\infty e^{-\rho t}u[(1-s)f(k)]dt\to \text{Max.}$

subject to

$$\begin{cases} \dot{k}=sf(k)-xk, \\ s \leq 1, \\ -m \leqq x \leqq M, \quad k < k^*, \quad x=x(k), \quad k \geq k^*. \end{cases}$$

このモデルもモデルIと同様にポントリヤーギンの最大原理によって解く。このシステムのハミルトニアンは

$$H=e^{-\rho t}u[(1-s)f(k)]+\xi e^{-\rho t}[sf-xk]$$

である。

$\xi e^{-\rho t}$ の満足すべき微分方程式は，$k \geqq k^*$ のとき

$$\frac{d}{dt}[\xi e^{-\rho t}]=-\left(\frac{\partial H}{\partial k}\right)$$

$$=-e^{-\rho t}(1-s)f'(k)u'-\xi e^{-\rho t}\left[sf'-x-k\frac{dx}{dk}\right].$$

あるいは

(5. 2) $\quad \xi'=-\left[-sf'-\left(x+\rho+k\frac{dx}{dk}\right)\right]\xi-(1-s)f'(k)u'.$

つぎにHはsについて極大化されなければならない。しかるに

$$\frac{\partial H}{\partial s}=-f(k)u'e^{-\rho t}+\xi e^{-\rho t}f=0.$$

モデルIの場合と同様に（2．3）によるu'の性質から、Hの極大化に対する必要十分条件は $\frac{\partial H}{\partial s}=0$ で

$$(5.\ 3)\qquad \xi=u'$$

である。

したがって（5．2）から

$$\xi'=-\left[f'(k)-x-\rho-k\frac{dx}{dk}\right]\xi.$$

ゆえに

$$(5.\ 4)\qquad \dot{c}=-[u'/u'']\left[f'(k)-\rho-x-k\frac{dx}{dk}\right].$$

最後にxが$-m$とMの間の値を任意にとりうる $k<k^*$ の場合に、Hを極大化するには、ξは（5．3）から正であるから

$$x=-m$$

とすればよい。

そして $k=k^*$ を実現したとき、（5．4）が最適消費径路の満足すべき必要条件である。

最後にtがT^*のときkがk^*とし、T^*およびそれ以降について積分値

$$V_T=\int_{T^*}^{T} e^{-\rho t}u(c)\,dt$$

を求めよう。

$$V_T=-\frac{1}{\rho}\Big[u(c)e^{-\rho t}\Big]_{T^*}^{T}+\frac{1}{\rho}\int_{T^*}^{T}e^{-\rho t}u'(c)\dot{c}dt=I_1+I_2,\ \text{say}.$$

しかるに

$$c=f(k)-\dot{k}-xk,$$

$$\dot{c}=f'(k)\dot{k}-\ddot{k}-x\dot{k}-k\frac{dx}{dt}.$$

ここで再び

$$p=e^{-\rho t}u'(c)$$

とおくと

$$I_2=\frac{1}{\rho}\int_{T^*}^{T}p\Big[\Big(f'(k)-x-k\frac{dx}{dk}\Big)\dot{k}-\ddot{k}\Big]dt.$$

(5. 4) により

$$\frac{\dot{p}}{p}=\Big(\frac{u''}{u'}\Big)\dot{c}-\rho=-\Big[f'(k)-x-k\frac{dx}{dk}\Big]$$

であるから

$$I_2=\frac{1}{\rho}\int_{T^*}^{T}-\Big(\frac{\dot{p}}{p}\times p\dot{k}+p\ddot{k}\Big)dt$$

$$=-\frac{1}{\rho}\int_{T^*}^{T}(\dot{p}\dot{k}+p\ddot{k})dt$$

$$=-\frac{1}{\rho}\int_{T^*}^{T}\frac{d}{dt}(p\dot{k})=\frac{1}{\rho}[p\dot{k}]_{T^*}-\frac{1}{\rho}[p\dot{k}]_{T}.$$

ゆえに

$$V_T=\frac{1}{\rho}e^{-\rho T^*}\{u[c(T^*)]+u'[c(T^*)]\dot{k}(T^*)\}$$

$$-\frac{1}{\rho}e^{-\rho T}\{u[c(T)]+u'[c(T)]\dot{k}(T)\}.$$

である。

したがって積分値V^∞を最大にする十分条件は

$$\lim_{T\to\infty}e^{-\rho T}\{u[c(T)]+u'[c(T)]\dot{k}(T)\}=0$$

である。

ゆえにつぎの定理二をうる。

定理二(9)

もしある社会が一人当り経済的厚生最大を志向する場合に、その経済が後進的経済状態にあるときは、その状態を所与とし、一人当りの資本・労働比率（k）がk^*になるまでその人口に許される最低の成長率（$-m$）を維

持する政策を施行し、そのときの条件は

$$(\mathrm{II}.1)\qquad \begin{cases} \dot{c} = -[u'(c)/u''(c)][f'(k)-\rho+m], \\ \dot{k} = f(k)-c+mk \end{cases}$$ [10]

である。そして資本・労働比率がk^*になったときから

$$(\mathrm{II}.2)\qquad \begin{cases} \dot{c} = -[u'(c)/u''(c)]\left[f'(k)-\rho-x-k\dfrac{dx}{dk}\right], \\ \dot{k} = f(k)-c-xk \end{cases}$$

で且つ

$$(\mathrm{II}.3)\qquad \lim_{T\to\infty} e^{-\rho T}\{u[c(T)]+u'[c(T)\dot{k}(T)\}=0$$

を満たす消費径路が最適消費径路であり、その径路に対応する人口径路が最適人口径路である。

経済が起点において最初から非後進的経済状態にある場合には、最適消費径路に対する必要十分条件は、(II.2),(II.3) である。

六　技術進歩の役割

われわれが、モデルI、IIにおいて設けた人口に関する前提の経済的な解釈は、経済が後進的な段階（以下段階Iという）ではマルサスの人口法則が働らくが、その段階を経過すると、つぎの段階（以下段階IIという）では、人口に対する資本ストックの大きさを、その社会の総経済的厚生もしくは、一人当り経済的厚生最大という目標に

対して、作動して人口と資本ストックをバランスさせた軌道を走らせうるということである。定理Ⅰ、Ⅱにおいては特に段階Ⅰを問題にしたが、これはこの段階Ⅰから、人口と資本ストックがバランスした軌道にのせることが、所謂後進国のテーク・オフの問題の解決でもあるからである。しかし定理Ⅱの場合には、テーク・オフの問題についてスムースな移行が行なわれるが、定理Ⅰについては、テーク・オフの問題が依然として未解決の問題として残ることを示唆しているのである。この事柄は、経済が段階Ⅱにあって特に人口に対して資本ストックが相対的に過大の場合（現在の経済先進国の状態）には、ポントリヤーギンの最大原理によって人口成長率を許される上限(M)をとらせることによって、「人口と資本のバランスした軌道」にのせればよいわけである。しかし人口に関する前提では、これは許されないわけで定理Ⅰはあくまでも経済後進国、段階Ⅰからテーク・オフを達成する問題のみを取扱っているということを含意する。しかも定理Ⅰは、このテーク・オフの問題に対しても、人口に関する前提、人口成長率を最低値（$-m$）に押えうる時期を「人口と資本のバランスした軌道」にのせる時期までというテーク・オフを解く根本的な鍵を暗に仮定して回避しているのである。この事柄がいはば「人口が資本に対して相対的に過少の経済」を取扱うときに露呈されたわけである。

以上の考察によって明らかにされたことは、テーク・オフの問題とアライティング（alighting・軌道着水）の問題（資本に対して人口が相対的に過少な状態からバランスした軌道にもどす問題を離陸に対して着水の問題として仮称した）は、単に貯蓄政策を戦略政策とするだけでは十分とはいえないということである。

以上の事柄を考察するに当って、技術進歩の役割を導入する必要がある。

さきにS・C・ツァンは経済後進国のテーク・オフの問題を人口を内生変数化したモデルにおいて技術進歩の

はたす役割を貯蓄行動の原理によって明らかにしている。[11]

彼のモデルの基底におかれている生産関数は、つぎのコブ・ダグラス型生産関数

$$Y=AK^{\alpha(t)}L^{\beta(t)}N^{\gamma(t)}\exp.\left[\int_0^T g(\tau)d\tau\right]$$

である。ここでY、K、L、Nはそれぞれ産出量、資本量、労働量および土地、自然資源量（一定）、Aはある定数。またパラメーターα、β、γは技術進歩によって変化する時間変数tの関数で

$$\alpha(t)+\beta(t)+\gamma(t)=1, \qquad \alpha,\ \beta,\ \gamma\geqq 0$$

とおく。

このα、β、γの成長率$\hat{\alpha}$、$\hat{\beta}$、$\hat{\gamma}$の関係から

(1) $\hat{\alpha}>0,\ \hat{\beta}<0$　(2) $\hat{\alpha}>0,\ \hat{\beta}>0,\ \hat{\beta}$は小さい

の場合を資本偏向的技術進歩と定義した（労働偏向的もしくは中立的技術進歩の定義はこれに準ずる）のち、資本偏向的技術進歩がテーク・オフ達成にはたす役割が大きいこと、労働偏向的技術進歩は中立的技術進歩にも及ばないことを明らかにしている。

彼の考え方を直接、われわれのモデルに導入することは不可能であるが、技術進歩として新古典派の体化されていない技術進歩

(1) ハロッドの中立的技術進歩

$$Y=F(K,\ \alpha L), \qquad \alpha=\alpha(t)>0$$

(2)　ソローの中立的技術進歩

$$Y=F(\alpha K,\ L),\qquad \alpha=\alpha(t)>0$$

(3)　ヒックスの中立的技術進歩

$$Y=\alpha F(K,\ L),\qquad \alpha=\alpha(t)>0$$

を導入し、例えば生産要素資本の効率を増大させることによって実質的に一人当りの資本量が実効的により多く蓄積されたという考え方をとり、これまでのモデルにおけるkを効率を加味した$\bar{k}$

$$\bar{k}=\frac{\alpha K}{L}\ \text{もしくは}\ \frac{K}{\alpha L}$$

におきかえれば、モデルのなかに技術進歩が導入され、定理Ⅰにおいてkを「技術進歩」政策の導入により「人口と資本のバランスされた軌道」に経済をのせることが可能となるのである。[12]

この中立的技術進歩の定義は、新古典派経済学では、体化されていない技術進歩という概念規定をとっているが、長期に亘る経済成長を論ずる場合、単一生産物経済モデルを、実質貨幣価値で表示されたアグレゲートな経済だと想定し、産業構造の変化を、ラフにマクロ的に資本と労働の投入の仕方による効率の変化に反映させているとみれば、ソロー、ヒックスおよびハロッドの中立的技術進歩は、ある意味でツァンの資本偏向的、中立的もしくは労働偏向的技術進歩に対応するといえよう。

以上

(1)　Cannan, E., Elementary political Economy, London, 1888, p. iii, p. 22.

(2)　Ramsey, F. P., A Mathematical Theory of Saving, Economic Journal, Vol. 38, 1928, pp. 543—559.

(3) Meade, J.E., Trade and Welfare, The Theory of International Economic Policy Vol. II, 1966, Oxford Press, Chapter VI-Optimum Population and Optimum Saving, pp. 80—101.

(4) Dasgupta, P.S., On the Concept of Optimum Population, Review of Economic Studies, Vol. 36, 1969, pp. 295—318.

(5) 特にダスグプタの論文では、§7において人口成長率を一定の範囲内の任意の値だけをとりうるとしてこの問題を論じているが、問題の考え方は人口成長率を単に最適消費径路を実現するための戦略変数としている。

(6) 高木尚文　最適消費径路について（成城大学大学院経済学研究科）創立五周年記念論文集、昭和四十七年三月、一五一—一七九頁。

(7) Dasgupta, P.S., Ibid, Theorem 2. 1 (p. 298) のある意味において拡張である。さらに§7参照。

(8) この条件はモデルにおける技術水準一定の一次同次の生産関数その他の仮定から誘導される条件であるから、必要条件といっても、モデルの前提条件に対応する条件である。

(9) 高木尚文、（前掲論文）モデルⅢに対応するものである。

(10) 註(8)参照。

(11) Tsiang, S.C., A Model of Economic Growth in Rostovian stages, Econometrica, Vol. 32, 1964, pp. 619—648.

また高木尚文　技術進歩と人口収容力、成城大学「経済研究」第三十五号、昭和四十六年六月、十七—四四頁。この論文では前記S・C・ツアンの命題について土地の成長率をみとめ、さらに産業構造の変化を導入し、特に後者の経済後進国のテーク、オフ達成に対する役割を明らかにしている。

(12) 明らかに後進経済の場合には、ソロー的技術進歩を、人口に対して資本過剰の場合にはハロッド的技術進歩を導入す

最適人口理論の一展開

ればよい。

なお、本稿の序章において寺尾琢磨著「人口理論の展開」第九章最適人口の理論を参照したことを付記しておく。

(本研究は三島海雲記念財団の研究奨励金による研究の一部である)