投入財輸入国の経済成長モデル

高　木　尚　文

一　序

S・C・ツィアン[1]およびJ・E・ミード[2]は、閉鎖経済において生産要素に土地を加え、それを一定と仮定し、一方、一人当り所得水準によって変化する人口成長率、貯蓄率および技術進歩率を想定することによって、その経済のセィリングから経済成長径路の存在条件を解明している。

しかし開放経済の下では、国内で生産できない投入財を輸入して資源賦存量の希小という制約条件から離脱できるわけであるが、その場合に国内生産物が見返りとして輸出されなければならない。この観点から、当該国内生産物の海外市場における需要量の伸び率と交易条件がその経済成長を規定する阻害条件として登場することになる。この場合に前述のモデルと同様に一人当り所得水準によって変化する人口成長率、技術進歩をモデルに組み込むことによって、その国の経済成長径路の存在条件を解明することが本稿の主な目的である。

最近のC・カン[3]およびP・バードハムとS・ルイス共著の論文[4]（以下単にS・ルイス等のモデルという）は、まさ

に上述の問題を取り扱っている。特に後者のS・ルイス等の論文では、この問題をさらに原料財を輸入する型と生産財を輸入する型との二つに類型化してモデルを構築している点極めて注目すべき論文であると信ずる。しかしこの論文では、人口成長率を外生的に一定の場合に限定していることおよび生産関数として一次同次のコブ・ダグラスを採用している。本稿では、S・ルイス等の考え方に準拠して、モデルを原料を輸入する型（イギリス、日本等）と生産財を輸入する型（後進経済国）とに分けてこの問題を論ずる。最初の部分では生産関数を準ダグラス型（仮称）に一般化し、一方人口成長率が外生的に一定の場合とそれを内生化し、一人当り所得水準により変化する場合を合わせて考察することとし、技術進歩もモデルのなかに組み込んでその効果をみるつもりである（ただし第Ⅱ型については同じくコブ・ダグラス型であるが、単にν次同次に限定している場合もある）。そして補論では、内生的人口成長率の場合に限定して一般の生産関数を想定したモデルを取扱う。

二　原料財輸入型のモデル

生産物は単一（或いは一つの合成）生産物(Q)で資本(K)、労働(L)と輸入される原料財(M)とから生産されるものとする。国内生産物の一部分(X)はMに対する支払いとして輸出され、残余の部分は、国内において消費財にも、資本財にも使用されるものとする。

時間tにおける生産関数を

$$(2.1)\quad Q(t)=[F(K,\ L)]^{\alpha}[M(t)]^{\beta}$$

とおく。[(5)] ここに$F(K,\ L)$は一次同次性を仮定し、α、βはともに正の定数とし

$$\alpha+\beta+\delta=1$$

とする。したがって

$$\delta \text{ が}\begin{Bmatrix} > \\ = \\ < \end{Bmatrix} 0 \text{ のとき収益}\begin{Bmatrix} \text{逓減} \\ \text{一定} \\ \text{逓増} \end{Bmatrix}\text{である。}$$

$$f(k)=\frac{1}{L}F(K,\ L)=F(k,\ 1), \qquad k=K/L$$

とおけば、$q=Q/L$, $m=M/L$ として (2. 1) は

(2. 2) $\quad q=[f(k)]^{\alpha}m^{\beta}L^{-\delta}$

とかくことができる。

労働一単位当りの国民所得(y)は、輸入財価格を1とするときの国内生産物価格をPとすれば

(2. 3) $\quad y=Pq-m$

である。

Pは、自由貿易の下でのこの経済の交易条件を表わしている。輸入原料財の価格は、その限界生産物の価値に等しいから

(2. 4) $\quad 1=P\dfrac{\partial Q}{\partial M}=P\beta F^{\alpha}M^{\beta-1}$

が成立する。

国際収支均衡条件から、国内生産物の輸出量をXとすれば

(2. 5)　$PX=M.$

ここで国内生産物の輸出に対する諸外国の需要量は、交易条件の関数で、交易条件Pに関する弾力性は一定ηであり、かつ外生的に与えられた一定率ξで成長するものと仮定すれば、Xは

(2. 6)　$X=P^{\eta}e^{\xi t},\quad \eta<0,\quad 1+\eta>0$

で表わされる。

つぎに貯蓄関数は、最も簡単に国民所得の一定割合(s)が貯蓄されるものとすれば

(2. 7)　$\dfrac{\dot{K}}{K}=\dfrac{sy}{Pk}$

によって定式化される。[6]

(1)　人口成長率一定の場合

いま当分の間労働（人口の一定割合とする）は一定率(λ)で成長するものとすれば、$L(0)$を1とおくとき

(2. 8)　$L(t)=e^{\bar{\lambda}t}.$

(2. 4), (2. 5) および (2. 6) から

(2. 9)　$m=P^{1+\eta}e^{(\xi-\bar{\lambda})t}.$

(2. 7) は、(2. 2), (2. 3) および (2. 4) によって

$$s(Pq-m)/Pk=s\{Pq-P\beta[f(k)]^{\alpha}m^{\beta}L^{-\delta}\}/Pk$$

であるから

$$(2.10)\qquad \frac{\dot{K}}{K}=s(1-\beta)[f(k)]^{\alpha}m^{\beta}L^{-\delta}/k=s(1-\beta)q/k$$

となる。

(2.10) はまた

$$\dot{K}=s(1-\beta)Q$$

とかくこともできるから、Sルイス等のモデルにおける貯蓄関数の前提とC・カンの論文における貯蓄関数についての前提とは同じであることがわかる。

つぎに

$$(2.11)\qquad \underline{k}=k/[f(k)]^{\alpha}m^{\beta}L^{-\delta}$$

とおくとき、$\underline{k}$が一定ならば、(2.10) からこの経済は持続的状態にあることは明らかである。

記号「∧」によって変量の成長率を表わすことにすれば、(2. 9) から

$$(2.\ 9)'\qquad \hat{m}=(1+\eta)\hat{P}+(\xi-\bar{\lambda}).$$

(2. 4) から

$$(2.\ 4)'\qquad \hat{P}=-\alpha\widehat{f(k)}+(1-\beta)\hat{m}+\delta\bar{\lambda}.$$

ゆえに (2. 9)′ と (2. 4)′ から

(2.12) $$\hat{m}=\frac{(\xi-\bar{\lambda})-\alpha(1+\eta)f'(k)\dot{k}/f(k)+\delta\bar{\lambda}(1+\eta)}{1-(1+\eta)(1-\beta)},$$

ここで分母は正である。

つぎに$\boldsymbol{k}$の定義式 (2.11) から

$$\underline{\hat{k}}=\hat{k}\,\{1-\alpha k f'_k(k)/f(k)\}-\beta\hat{m}+\delta\bar{\lambda}$$

$$=\hat{k}\left\{1+\alpha\frac{kf'_k(k)}{f(k)}\quad\frac{\eta}{1-(1+\eta)(1-\beta)}\right\}-\frac{\beta(\xi-\bar{\lambda})+\delta\eta\bar{\lambda}}{1-(1+\eta)(1-\beta)}.$$

しかるに

$$\hat{k}=\hat{K}-\bar{\lambda}$$

であるから

$$\underline{\hat{k}}=\hat{K}\frac{\{\beta-(1-\beta)\eta\}+\alpha\eta\dfrac{kf'_k}{f}}{1-(1+\eta)(1-\beta)}-\left[\frac{\beta\xi-\bar{\lambda}\eta\left(1-\beta-\delta-\alpha\dfrac{kf'_k}{f}\right)}{1-(1+\eta)(1-\beta)}\right].$$

いま

(2.13) $$\sigma=\frac{\beta\xi-\bar{\lambda}\eta\left(1-\beta-\delta-\alpha\dfrac{kf'_k}{f}\right)}{\beta-(1-\beta)\eta+\alpha\eta\dfrac{kf'_k}{f}}$$

とおく。
ここでσの符号を調べると

$$\frac{\partial F}{\partial L}=f(k)-kf'(k)>0$$

であるから

$$0<\frac{kf'(k)}{f(k)}<1.$$

したがって

$$\delta \leqq 0 \text{ のときには } \sigma>0$$

でkの変化にしたがって正の値しかとらないことになる。
この間の事情を$f(k)$がコブ・ダグラス生産関数とC・E・S生産関数の場合について吟味してみると
コブ・ダグラスの場合には

$$q=k^{\alpha}$$

であるから

$$k\frac{q'}{q}=\alpha$$

となり、σは正の定数である。

C・E・S生産関数の場合には

$$q=(ak^{-\beta}+b)^{-\frac{1}{\beta}}$$

であるから

$$k\frac{q'}{q}=\frac{a}{a+bk^{-\beta}}$$

となり、$\beta>0$ のとき

$$\lim_{k\to 0}k\frac{q'}{q}=1, \qquad \lim_{k\to\infty}k\frac{q'}{q}=0.$$

$\beta<0$ のとき

$$\lim_{k\to 0}k\frac{q'}{q}=0, \qquad \lim_{k\to\infty}k\frac{q'}{q}=1$$

となり、いずれの場合にも、f の k に対する弾力性は一定かもしくは単調に0から1へ増加もしくは1から0へ減少するから、ここで関数型 F を適当な性質をもつ（well behaved）関数型であるとすれば、f の k に対する弾力性は、一般に単調に増加または減少すると考えてよいであろう。したがってここで「f の k に対する弾力性は有限な単調関数である」との仮定をおこう。そのとき $\underline{k}$ を0から $\underline{k}$ 軸に沿って変化させるとき、（2.10）から

$$\hat{K}=s(1-\beta)/\underline{k}$$

で$\underline{k}$の単調減少関数であるから、Fを適当な性質をもつ関数型であるという仮定によってある$\underline{k}$の値$\underline{k}^*$に対し、図示したようなσ^*、$\underline{k}^*$が対応し、この$\underline{k}^*$において経済は持続的状態を示すことになる。

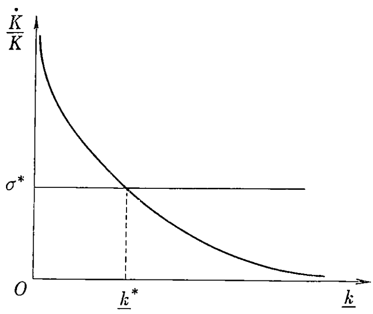

Fig. 1

つぎにこの経済が極限としてかもしくは有限時点において持続的状態を示すかについての条件を考察してみよう。

(2. 2) から

$$\hat{q}=\alpha\frac{f'}{f}\dot{k}+\beta\hat{m}-\delta\bar{\lambda}.$$

前式に (2.12) を代入して整頓すれば

$$\hat{q}=\frac{\beta(\xi-\bar{\lambda})+\delta\eta\bar{\lambda}}{1-(1+\eta)(1-\beta)}-\frac{\alpha\eta}{1-(1+\eta)(1-\beta)}\frac{f'}{f}\dot{k}.$$

ゆえにこの微分方程式の解として

$$(2.13)\qquad q=C\,exp\left[\frac{\beta(\xi-\bar{\lambda})+\delta\eta\bar{\lambda}}{1-(1+\eta)(1-\beta)}\,t\right]f^{\frac{-\alpha\eta}{1-(1+\eta)(1-\beta)}}$$

がえられるから、簡単のためにδが0の場合に限定するとき

$$\xi\left\{\begin{matrix}>\\=\\<\end{matrix}\right\}\bar{\lambda}\ \text{のとき経済は}\ q\ \text{が}\left\{\begin{matrix}\infty\text{に成長}\\ \text{一定}\\ -\infty\text{に縮小}\end{matrix}\right\}$$

することがわかる。

したがって人口成長率が、国内生産の海外需要の成長率に等しいときにのみ、有限時点において持続的状態に達するが、その他の場合には極限における状態を示していることになる。さらに（2.13）からδの正負がξとの大小関係を緩和することに役立っていることも明らかである。

(2) 人口成長率を内生化した場合

人口成長率λを一人当りの所得水準の関数として、第2図に図示したような関数形をとるものとする。

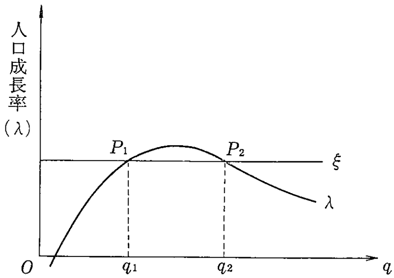

Fig. 2

(2. 4) から

$$\hat{P}=\hat{M}-\hat{Q}.$$

また (2. 5), (2. 6) から

$$\hat{M}=(1+\eta)\hat{P}+\xi$$

であるから

$$\hat{M}=-\frac{1}{\eta}\xi+\frac{1+\eta}{\eta}\hat{Q}. \tag{2.14}$$

しかるに

$$\hat{Q}=\alpha\left(\frac{K\frac{\partial F}{\partial K}}{F}\right)\hat{K}+\alpha\left(\frac{L\frac{\partial F}{\partial L}}{F}\right)\hat{L}+\beta\hat{M}.$$

ゆえに

$$\hat{Q}=\alpha\left(\frac{K\dfrac{\partial F}{\partial K}}{F}\right)\hat{K}+\alpha\left(\frac{L\dfrac{\partial F}{\partial L}}{F}\right)\hat{L}+\beta\left(-\frac{\xi}{\eta}+\frac{1+\eta}{\eta}\hat{Q}\right).$$

持続的成長径路の上では

$$\hat{Q}=\hat{K}$$

が実現していなければならないから

$$\hat{K}=\left[\alpha\left(\frac{L\dfrac{\partial F}{\partial L}}{F}\right)\hat{L}-\frac{\beta\xi}{\eta}\right]\Big/\left[1-\alpha\left(\frac{K\dfrac{\partial F}{\partial K}}{F}\right)-\frac{\beta(1+\eta)}{\eta}\right]$$

である。

しかるに

$$\hat{K}-\hat{L}=\left[\alpha\left(\frac{L\dfrac{\partial F}{\partial L}}{F}\right)\hat{L}+\alpha\left(\frac{K\dfrac{\partial F}{\partial K}}{F}\right)\hat{L}-\frac{\beta\xi}{\eta}-\hat{L}+\frac{\beta(1+\eta)}{\eta}\hat{L}\right]$$

$$\div\left[1-\alpha\left(\frac{K\dfrac{\partial F}{\partial K}}{F}\right)-\frac{\beta(1+\eta)}{\eta}\right].\qquad(1+\eta>0)$$

ゆえに前式の分母を$\varDelta$とおいて

$$\hat{K}-\hat{L}=\frac{1}{\varDelta}\left[\alpha\hat{L}-\hat{L}-\frac{\beta\xi}{\eta}+\frac{\beta(1+\eta)}{\eta}\hat{L}\right]$$

$$=\frac{1}{\Delta}\left[-(\beta+\delta)\hat{L}-\frac{\beta\xi}{\eta}+\frac{\beta(1+\eta)}{\eta}\hat{L}\right].$$

したがって

$$(2.15)\qquad \hat{K}-\hat{L}=\frac{1}{\Delta\eta}[\beta(\lambda-\xi)-\delta\eta\lambda].$$

ゆえにもしδが0ならば

$$\xi\left\{\begin{matrix}>\\=\\<\end{matrix}\right\}\lambda \text{ のとき } \hat{K}\left\{\begin{matrix}>\\=\\<\end{matrix}\right\}\lambda \text{ である。}$$

ここでδはδが負ならば、経済のセイリングは、ξ（国内生産物の海外需要の伸び率）を$\delta\eta\lambda$だけ増大せしめるから、人口成長率を$\delta\eta$の割合だけ増大せしめることになるし、δが正ならば、同じ割合だけ低下せしめることになる。

つぎに技術進歩を体化されない技術進歩に限定し、特に労働増加的および輸入原料財増加的（これは生産関数形からヒックスの意味のFに関する中立的技術進歩と同じ結果となる）を生産関数に導入して

$$(2.\ 1)'\qquad Q(t)=[F(K,\ e^{\rho t}L)]^{\alpha}[e^{\mu t}M(t)]^{\beta}$$

とする。ここにρ、μはそれぞれLおよびMについての体化されていない技術進歩率である。

(2. 1)′に関して前と同様の計算を行うとき、(2.14) に対応して

$$\hat{K}-\hat{L}=\frac{1}{\Delta\eta}\left[\beta(\lambda-\xi)-\delta\eta\lambda+\left\{\alpha\left(\frac{\bar{L}\frac{\partial F}{\partial \bar{L}}}{F}\right)\rho+\beta\mu\right\}\eta\right],\qquad \bar{L}=e^{\rho t}L \tag{2.16}$$

がえられるから、技術進歩がその経済のセィリングを高めることに対するメカニズムが明らかとなる。

上述の証明方法は、さきに筆者が用いたことのあるＪ・Ｅ・ミードの証明方法(7)によっているが、ここでは、生産関数をコブ・ダグラス型より広い型に適用しているわけであるから、Ｊ・Ｅ・ミードのモデルの基底にある生産関数をより一般の生産関数にとってもよいことは明らかである。さらに人口成長率が外生的に与えられている場合(1)は、人口成長率を内生変数としている場合(2)の特別の場合とみなすことはできない。場合(1)は場合(2)とは全く異なる範ちゅうに属する問題である。したがって持続的成長径路の存在を解明する手法も、上にみるように、全く異なる。Ｊ・Ｅ・ミードの手法は、場合(2)に対して優れた手法であるといえよう（補論参照）。

それはさておき、第2図においてその経済のセィリングをξで表わしている。図からその経済は所得水準q_1において局所的に安定的であることとまた何等かの経済政策によって所得水準をq_2以上に増大させることに成功すれば、その経済は、以後成長を続けることがわかる。

三　資本財輸入型のモデル

本節では、投入財として海外から国内では生産不可能な異種の機械設備のみを輸入する、いはば後進的経済国の経済成長モデルを論ずる。前節と同様にＳ・ルイス等のモデルにおけるコブ・ダグラス生産関数の一般化を試みるが、それは前節と全く同型の生産関数で同じくコブ・ダグラス型に属する。しかし本節では規模に関する収

穫パラメターνを導入するが、技術進歩の要素については、前節と同様に扱えるから簡単のために一応割愛することにした。そして再び最初に人口成長率が一定率λの場合を採り上げ、彼等の所論と平行的に論を進められることを示そう。さらに後半の部分においてJ・E・ミードの手法を用いて人口成長率が内生化されている場合について均衡成長径路の存在について論ずることにしたい。

(1) 外生的人口成長率の場合

K_1を国内で生産される資本財、K_2を輸入された資本財とするとき、生産関数を

(3. 1) $$Q=[F(K_1, L)^{\alpha}K_2^{\beta}]^{\nu}, \quad \nu>0 \quad \alpha>0, \beta>0, \alpha+\beta=1$$

とおく。ここで関数FはK_1、Lに関して一次同次とし、νは規模に関する収益パラメターである。

いま

$$\bar{q}=Q/L^{\nu}, \quad k_i=K_i/L, \quad (i=1, 2)$$

$$f(k)=\frac{1}{L}F(K_1, L)=F(k_1, 1)$$

とおけば (3. 1) は

(3. 2) $$\bar{q}=[\{f(k_1)\}^{\alpha}k_2^{\beta}]^{\nu}$$

とかくことができる。

つぎに生産関数は生産要素について一次同次性を仮定していないので、実質賃金率および実質資本収益率は、付加価値生産量が労働と資本に過不足なく分配されるものとすれば

$$R_1=\frac{1}{\nu}P\frac{\partial\bar{q}}{\partial k_1}=P\alpha(\bar{q}/f)f' \tag{3. 3}$$

$$R_2=\frac{1}{\nu}P\frac{\partial\bar{q}}{\partial k_2}=P\beta(\bar{q}/k_2) \tag{3. 4}$$

である。ここに $R_i(i=1,\ 2)$ は資本 K_i に対する収益率で、P は前節と同様に自由貿易の下で輸入財の価格を単位にとったときの国内生産物の価格で交易条件を表わす。

国際収支均衡条件は

$$PX=\dot{K}_2 \tag{3.5}$$

で与えられる。

二種類の資本の消耗はないものとし、国民所得の一定割合(s)が貯蓄され、かつ投資されるものとすれば

$$sPQ=P\dot{K}_1+\dot{K}_2 \tag{3. 6}$$

とかくことができる。

つぎに二種類の投資財への投資需要決定のメカニックスをJ・トービン(8)にしたがって

$$K_2=W\cdot g(R_1/P,\ R_2),\qquad W=PK_1+K_2 \tag{3. 7}$$

と仮定しよう。ここで K_2 の需要は、それ自身の収益率の変化と正に変化するものとし、他の資本財の収益率の変化と逆に変化するものとする。換言すれば

$$
(3.\ 8)\qquad \begin{cases} g_2=\dfrac{\partial g}{\partial R_2}>0, \\[2ex] g_1=\dfrac{\partial g}{\partial (R_1/P)}<0. \end{cases}
$$

海外からの国内生産物の輸出需要は、前と同様に、交易条件に関して弾力性(η)一定であり、その需要は外生的に与えられた一定率(ξ)で成長するものとする。したがって

$$
(3.\ 9)\qquad X=P^{\eta}e^{\xi t}\qquad \eta<0,\quad 1+\eta>0
$$

と定式化される。

(3. 3) と (3. 4) を用いて、(3. 7) から

$$
(3.10)\qquad [Pk_1+k_2]g(\alpha\bar{q}f'/f,\ P\beta\bar{q}/k_2)-k_2=0.
$$

(3.10) は交易条件Pがk_1、k_2の関数であることを示している。

(3.10) から

$$
P=\frac{k_2}{k_1}\,\frac{1-q}{g}
$$

であるから

$$
\frac{\partial P}{\partial k_1}\,\frac{1}{P}=-\frac{1}{k_1}-\frac{\partial g}{\partial k_1}/g-\frac{\partial g}{\partial k_1}/(1-g)=-\frac{1}{k_1}-\frac{\partial g}{\partial k_1}\,\frac{1}{g(1-g)}.
$$

しかるに

$$\frac{\partial g}{\partial k_1}=\frac{\partial g}{\partial(R_1/P)}\left[\alpha\frac{\partial(\bar{q}f'/f)}{\partial k_1}\right]+\frac{\partial g}{\partial R_2}\left[\frac{\partial P}{\partial k_1}\beta(\bar{q}/k_2)+P\beta\frac{\partial(\bar{q}/k_2)}{\partial g_2}\right].$$

前式中

$$\frac{\partial(\bar{q}f'/f)}{\partial k_1}=\frac{\partial\bar{q}}{\partial k_1}\ \frac{f'}{f}+\bar{q}\{f''f-(f')^2\}/f^2=\bar{q}\{(\alpha\nu-1)(f')^2+f''f\}/f^2.$$

また

$$\frac{\partial(\bar{q}/k_2)}{\partial k_1}=\frac{\partial\bar{q}}{\partial k_1}\ \frac{1}{k_2}=\alpha\nu\bar{q}/k_1k_2.$$

したがって一般に生産関数についておかれている仮定

$$f'(k_1)>0,\quad f''(k_1)<0$$

とさらに $\alpha\nu<1$ を仮定すれば

$$\frac{\partial P}{\partial k_1}\ \frac{k_1}{P}<0,\qquad \frac{\partial P}{\partial k_2}\cdot\frac{k_2}{P}>0$$

が成立する。

したがってS・ルイス等の $\bar{\lambda}=\xi$ の場合におけるモデルの性質は、このモデルについても平行的に論を進めることが可能である。

特にν次同次のコブ・ダグラス型の場合には、彼等のモデルにおけると同様に

$$(3.11)\quad \frac{\partial P}{\partial k_1}\frac{k_1}{P}=E_{P1}=-\frac{(1-g)+(1-\alpha\nu)e_1+\alpha\nu e_2}{(1-g)+e_2}<0$$

が成立する。式中e_1、e_2は、

$$e_1=-g_1R_1/Pg>0,\quad e_2=g_2R_2/g$$

でそれぞれ関数gの$\left(\frac{R_1}{P}\right)$、$R_2$に関する弾力性（$e_1$は正となるように定義されている）を表わす。

同様に

$$(3.12)\quad \frac{\partial P}{\partial k_2}\frac{k_2}{P}=E_{P2}=\frac{(1-g)+\beta\nu e_1+(1-\beta\nu)e_2}{(1-g)+e_2}>0$$

が成立する。

以上によってS・ルイス等の該当のモデルにおける基本式(9)に対応して(3.11)および(3.12)がえられる。

したがってモデルについてえられる結果を要約すれば$\bar{\lambda}=\xi$の場合には、(a) 資本財配分関数gのR_2に関する弾力性(e_1)が$\left(\frac{R_1}{P}\right)$に関する交差弾力性$(e_1)$より小さくないこと、(b) 国内生産物の輸出需要の交易条件に関する弾力性ηが1より小さいが十分大であることを十分条件として持続的状態が唯一つ存在し、しかも安定的であることが結論される。

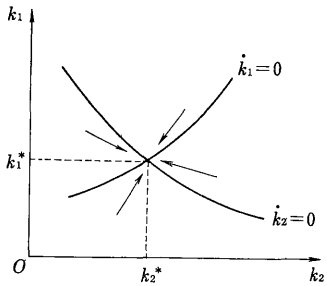

Fig. 3 $\bar{\lambda}=\xi$ の場合
(S. ルイス等の論文中掲載のグラフ)

$\lambda \neq \xi$ の場合には、うえと同じ条件の下で持続的状態が局所的に安定的であるといえるにすぎない。

以上の結果はS・ルイス等と全く同様である。

(2) 人口成長率が内生化されている場合

第一のモデルと同様に人口成長率λが一人当り所得水準の増大に伴い、前節の第2図に示したような形状をもつと仮定しよう。

まず経済が持続的状態にあるときの条件を検討するとき

1° $\hat{K}_1$、$\hat{K}_2$は一定である。いまこの値をそれぞれr_1、r_2としよう。したがって$\hat{\dot{K}}_2$も一定でr_2に等しい。

2° $\hat{P}=\hat{K}_2-\hat{K}_1$[10]

であるから

(3.13) $\hat{P}=r_2-r_1$

である。

1°、2°の持続的状態にある経済の条件を用いて経済の持続的成長径路を再びJ・E・ミードの手法を用いて求めてみよう。

まず（3. 5），（3. 9）および1°によって

$$P^{1+\eta}e^{\xi t}=\dot{K}$$

であるから

(3.14) $(1+\eta)\hat{P}+\xi=r_2.$ $(\hat{\dot{K}}=\hat{K}=r_2)$

(3.13)，(3.14) により

$$(1+\eta)(r_2-r_1)+\xi=r_2.$$

ゆえに

$$r_2=[(1+\eta)r_1-\xi]/\eta \tag{3.15}$$

をうる。

つぎに (3. 1) から

$$\log Q=\nu\alpha\log F(K,\ L)+\nu\beta\log K_2$$

であるから

$$\hat{Q}=\nu\alpha\left(\frac{K_1\frac{\partial F}{\partial K_1}}{F}\right)\hat{K}_1+\nu\alpha\left(\frac{L\frac{\partial F}{\partial L}}{F}\right)\hat{L}+\nu\beta\hat{K}_2. \tag{3.16}$$

(3.15) を前式に代入して

$$\hat{Q}=\nu\alpha\left(\frac{K_1\frac{\partial F}{\partial K_1}}{F}\right)r_1+\nu\alpha\left(\frac{L\frac{\partial F}{\partial L}}{F}\right)\lambda+\nu\beta[(1+\eta)r_1-\xi]/\eta$$

である。

持続的成長径路の上では，さらに

3° $\hat{Q}=\hat{K}_1=r_1$

であるから、持続的成長径路の上では

$$r_1=\left[\nu\alpha\left(\frac{L\dfrac{\partial F}{\partial L}}{F}\right)\lambda-\frac{\nu\beta\xi}{\eta}\right]\Bigg/\left[1-\nu\alpha\left(\frac{K\dfrac{\partial F}{\partial K}}{F}\right)-\frac{\nu\beta(1+\eta)}{\eta}\right]$$

が成立していなければならない。

しかるに

$$\hat{K}_1-\hat{L}=r_1-\lambda$$

$$=\left[\nu\alpha\left(\frac{L\dfrac{\partial F}{\partial L}}{F}\right)\lambda+\nu\alpha\left(\frac{K\dfrac{\partial F}{\partial K}}{F}\right)\lambda-\frac{\nu\beta\xi}{\eta}-\lambda+\frac{\nu\beta(1+\eta)}{\eta}\lambda\right]$$

$$\div\left[1-\nu\alpha\left(\frac{K\dfrac{\partial F}{\partial K}}{F}\right)-\frac{\nu\beta(1+\eta)}{\eta}\right].$$

ゆえに前式の分母を$\varDelta$とおいて

$$\hat{K}-\hat{L}=\frac{1}{\varDelta}\left[(\nu\alpha-1)\lambda-\frac{\nu\beta\xi}{\eta}+\frac{\nu\beta(1+\eta)}{\eta}\lambda\right]$$

$$=\frac{1}{\varDelta\eta}[\nu\beta(-\xi+\lambda)+(\nu-1)\eta\lambda].$$

ゆえに特に $\nu=1$ の場合には

$$\hat{K}_1-\hat{L}=\frac{1}{\Delta\eta}[\beta(-\xi+\lambda)]$$

であるから、その経済のセイリングは、ξ（国内生産物の海外需要の伸び率）となり、前のモデルと同様に、第２図における q_1 の点においてこの経済が持続的成長径路をもつ。しかもこの径路は局所的に安定的である。一方 q_2 をこえると経済は以後無限に成長する。

さらに ν が１より大または小、すなわちその経済が規模について収益逓増であるか、逓減であるかによって、その経済のセイリングが $(\nu-1)/\eta/\lambda$ だけ高まるか、縮少されるから規模の経済性が経済成長のトラップの離脱に影響を与えることは明らかであろう。

五　補　論

われわれは、これまでそれぞれのモデルについて人口成長率が一定（外生的）の場合と内生的な場合とを対応させて論じてきた関係上、基底にある生産関数については、その限りにおいてある制約をうけたことは否定できない。本節においては、この制約を排して人口成長率が内生化されている場合をそれが外生的に与えられて一定の場合と切り離して論じてみよう。そのときは、生産関数をより一般化できるのである。

(1)　原料輸入型のモデル

生産関数を

$$Q=[F(K,\ M,\ L)]^{\nu},\qquad \nu>0 \tag{5.1}$$

とする。ここでFは、K、MおよびLに関して一次同次とする。νは規模に関する収益パラメターである。

(5. 1) から

(5. 2) $$\hat{Q}=\nu\left[\frac{K\dfrac{\partial F}{\partial K}}{F}\hat{K}+\frac{L\dfrac{\partial F}{\partial L}}{F}\hat{L}+\frac{M\dfrac{\partial F}{\partial M}}{F}\hat{M}\right].$$

ゆえに (2.14) から

$$\hat{Q}=\nu\left[\frac{K\dfrac{\partial F}{\partial K}}{F}\hat{K}+\frac{L\dfrac{\partial F}{\partial L}}{F}\hat{L}+\frac{M\dfrac{\partial F}{\partial M}}{F}\left(-\frac{\xi}{\eta}+\frac{1+\eta}{\eta}\hat{Q}\right)\right].$$

持続的成長径路の上では

$$\hat{Q}=\hat{K}$$

が成立しているはずであるから

$$\hat{K}=\nu\left[\frac{L\dfrac{\partial F}{\partial L}}{F}\hat{L}-\frac{\xi}{\eta}\frac{M\dfrac{\partial F}{\partial M}}{F}\right]\Bigg/\left[1-\nu\frac{K\dfrac{\partial F}{\partial K}}{F}-\nu\frac{M\dfrac{\partial F}{\partial M}}{F}\,\frac{1+\eta}{\eta}\right].$$

ゆえに前式の分母をΔとおけば

(5. 2) $$\begin{aligned}\hat{K}-\hat{L}&=\frac{1}{\Delta}\left[\nu\left(\frac{L\dfrac{\partial F}{\partial L}}{F}+\frac{K\dfrac{\partial F}{\partial K}}{F}+\frac{M\dfrac{\partial F}{\partial M}}{F}\right)\hat{L}-\hat{L}+\frac{\nu}{\eta}\,\frac{M\dfrac{\partial F}{\partial M}}{F}(\lambda-\xi)\right]\\&=\frac{1}{\Delta\eta}\left[\nu\frac{M\dfrac{\partial F}{\partial M}}{F}(-\xi+\lambda)+(\nu-1)\eta\lambda\right].\end{aligned}$$

ゆえに $1+\eta>0$ ならば $\Delta>0$ であるから $\nu=1$ のとき

$$\lambda\begin{Bmatrix}<\\=\\>\end{Bmatrix}\xi \text{ のとき } \hat{K}-\hat{L}\begin{Bmatrix}>\\=\\<\end{Bmatrix}0$$

で $\lambda=\xi$ が安定的均衡点となる。

そして $\nu>1$ ならば経済のセイリングを高め、$\nu<1$ ならばそれだけ経済のセイリングを低めることになる。

(2)　資本財輸入型モデル

$$Q=[F(K_1,\ K_2,\ L)]^{\nu},\qquad \nu>0 \tag{5.3}$$

とする。ここでFは、K_1、K_2およびLに関して一次同次とする。νは規模に関する収益パラメーターである。

(5. 3) から

$$\hat{Q}=\nu\left[\frac{K_1\dfrac{\partial F}{\partial K_1}}{F}\hat{K}_1+\frac{K_2\dfrac{\partial F}{\partial K_2}}{F}\hat{K}_2+\frac{L\dfrac{\partial F}{\partial L}}{F}\hat{L}\right].$$

ゆえに (3.15) を前式に代入して

$$\hat{Q}=\nu\left[\frac{K_1\dfrac{\partial F}{\partial K_1}}{F}r_1+\frac{L\dfrac{\partial F}{\partial L}}{F}\lambda+\frac{K_2\dfrac{\partial F}{\partial K_2}}{F}\{(1+\eta)r_1-\xi\}/\eta\right].$$

持続的成長径路の上では

$$\hat{Q}=\hat{K}_1=r_1$$

が成立するはずであるから

$$r_1=\nu\left[\frac{L\frac{\partial F}{\partial L}}{F}\lambda-\frac{\xi}{\eta}\ \frac{K_2\frac{\partial F}{\partial K_2}}{F}\right]\Bigg/\left[1-\nu\frac{K_1\frac{\partial F}{\partial K_1}}{F}-\nu\frac{K_2\frac{\partial F}{\partial K_2}}{F}\ \frac{1+\eta}{\eta}\right].$$

ゆえに前式の分母を$\varDelta$とおいて

$$(5.\ 4)\qquad \hat{K}-\hat{L}=\frac{1}{\varDelta}\left[\nu\left(\frac{L\frac{\partial F}{\partial L}}{F}+\frac{K_1\frac{\partial F}{\partial K_1}}{F}+\frac{K_2\frac{\partial F}{\partial K_2}}{F}\right)\lambda-\lambda+\frac{\nu}{\eta}\ \frac{K_2\frac{\partial F}{\partial K_2}}{F}(\lambda-\xi)\right]$$

$$=\frac{1}{\varDelta\eta}\left[\nu\frac{K_2\frac{\partial F}{\partial K_2}}{F}(-\xi+\lambda)+(\nu-1)\eta\lambda\right].$$

をうる。

(5. 4) は (5. 2) においてMをK_2とよみかえれば全く同一の式である。したがってモデル(2)についても、モデル(1)の場合と全く同一の結果がえられる。

以上によって人口成長率が内生化されている場合には、二つの異種の投入財と労働に関するν次同次の一般の生産関数を基底においたモデルについて、J・E・ミードの手法を適用することによって同一の結果が誘導されることを示した。以上の証明過程から明らかなように、種々の技術進歩がその経済のセイリングに及ぼす効果についても前節までにえられた結果と全く同様の結果がえられることも明らかであろう。

(1) Tsiang, S.C., A Model of Economic Growth in Rostovian Stages, Econometrica, Vol. 32, 1964, pp. 619—648.

(2) Meade, J.M., The Growing Economy, Chapter XI, Population Growth and the Standard of Living, pp. 147—187.

(3) Khang, C., A Neoclassical Model of a Resources-poor open Economy, International Economic Review, Vol. 9, No. 3, 1968, pp. 329—338.

(4) Bardham, P.K. and S. Lewis, Models of Growth with Imported Inputs, Economica, Vol. XXXVII, No. 148, 1970, pp. 373—385.

(5) C・カンの前掲の論文において彼は生産関数としてつぎのコブダグラス型

$$Q(t)=AL^{\alpha}(t)K^{\beta}(t)M^{\gamma}(t), \qquad \alpha+\beta+\gamma=1$$

を採用した根拠についてその経済の生産過程を二つの部分、一つはQの生産、他は国内で生産される原料生産に分解されるものと考え、L、Mをそれぞれの部門に配分するものと仮定して、その合成として前記の型のアグレートな生産関数が誘導されることをノートしている。この場合も彼の根拠の上にたっている。

(6) 貯蓄については、資本所得および労働所得からそれぞれ異なる一定率の貯蓄がなされるとしても、ν次同次のコブダグラス関数の場合には、所得の一定率となることは明らかである。また資本の消耗を組みこむことも容易である。

(7) 高木尚文「経済成長と人口成長」成城大学経済学部創立二十周年記念論文集、昭和四十五年十一月、一一七—一三一頁。また J.M. Meade, ibid. 参照。

(8) Tobin, J., Money and Economic Growth, Econometrica, Vol. XXXIII, 1965.

(9) Bardham, P.K. and S. Lewis, ibid, 式 (30), (31), p. 380.

(10) Bardham, P.K. and S. Lewis, ibid, 式 (44), p. 383.