研究ノート

耐久消費財の寿命について

小林秀徳

一　はじめに

耐久消費財の需要は非耐久消費財の場合と異なり、その財の購入と消費とが時間的に分離されるので基本的に動態的な性質をもっている。その予測は古くから計量経済学者の関心と分析の対象となってきた。一般に

耐久消費財の需要＝新規需要＋更新需要

と考えられるが、この更新需要の大きさは過去における需要とその財のもつ寿命の関数である。

他方生産と消費の両面における資源・エネルギー節約が一つの政策目標となるにいたった最近の情勢は次のような政策課題を提出している。すなわち、寿命を延長するために必要な技術革新および制度変更を行なうことによって（寿命増→更新需要減→製造エネルギー節約）という効果をねらうにはいかなる代替案が適切であろうか。

本研究ノートはかかる政策問題に対して政策分析を適用するための予備的な準備作業として耐久消費財の寿命

を計測するフレームワークを検討するものである。以下では記述上の便宜のため代表的な耐久消費財である乗用自動車をとりあげる。すなわち本稿における具体的な問題は次の事柄である。

自動車は初度登録がなされてから使用され廃車手続がなされるまでという寿命を有するが、その長さは輸送器械としての機能低下からくる物理的な寿命とは（特にわが国の場合）あまり関係がないように見える。(1) それでは自動車の寿命とは一体何であってどのように計測され、それはまたどのような要因によって延長・短縮が行なわれるのであろうか。

（1） このことは乗用自動車の中に軽自動車を含める場合には必ずしも正しい見方と言えない。

二　平均車令による寿命

任意の時点で利用されているすべての自動車ストックの車令の分布を基にすれば、その時点におけるストックの平均年令が得られる。昭和五十年から五十三年の各年における初度登録年別保有台数に基いて車令分布を表わしてみると**表1**のようになる。

車令 n 年の台数を x_n とすれば平均車令は

$$\bar{n} = \frac{\sum n \cdot x_n}{\sum x_n}$$

で計算される。これにより各年における平均車令を求めると**表2**のようになる。

表2を見ると年々平均車令が延びていることがわかる。しかしこれが果して自動車の耐久消費財としての寿命

が延びた結果であるのか否かは不明である。耐久消費財としての自動車の寿命はその需要の動態的性格を形造っている決定要因であるのみならず、寿命自体のもつ動態的性格(2)を明らかにして、その政策的な含意を検討することがわれわれの最終的な目的であることを思えば、このような静態的な平均車令というものを寿命の代理指標と考えることはできない。

ただし現在保有されている自動車のサンプルは常に道路上においてわれわれの観察にさらされているものであるから、誰も自動車の寿命についてある種の感覚をもっている。この感覚は恐らく平均車令をもとにした寿命の

表1　車令分布**

車令＼年	50年	51年	52年	53年
1	206	260	228	236
2	254	202	254	223
3	215	254	200	254
4	173	209	248	198
5	153	168	160	245
6	120	142	121	196
7	66	91	75	141
	37	52	33	103
9	15	23	18	45
10	9	12	8	22
11	5	6	5	11
12	2	4	4	6
13	1	2	6*	4
14以上	3	4		9
計	**1,259**	**1,430**	**1,564**	**1,692**

＊車令13年以上合計
単位：万台
**資料〔1〕により作成

表2　平均車令

年	50年	51年	52年	53年
平均車令	3.7	3.9	4.2	4.4

推定値（例えば平均に標準偏差の二倍を加えたもの）と合致したものであろう。

その意味でこのような推定値も、消費者の寿命についての印象が更新需要に大きな影響を与える場合には重要なものとなろう。

（2） この点については以下の節で明らかになる。

三　ラグとしての寿命

㈠　固定成長率モデル

第t期の販売台数を$Y(t)$とし、第t期に稼動している自動車のストックを$S(t)$、第t期の廃車台数を$r(t)$とする。するとすべてのtについて次の関係が恒等的に成り立つ。

$$S(t)-S(t-1)=Y(t)-r(t) \qquad (1)$$

ここでストックは完全になめらかに成長し、耐用期間は一定であると仮定すれば、ストックの成長率をgとし、耐用期間をLとして、$S(t)$と$r(t)$は次のように表わされる。

$$S(t)=(1+g)\cdot S(t-1)$$

$$r(t)=Y(t-L)$$

これを(1)式に代入すると

$$Y(t)=g\cdot S(t-1)+Y(t-L) \qquad (2)$$

を得る。ここでtの代わりに（$t-L$）と書くと

$$Y(t-L)=(1+g)^{-L}\cdot g\cdot S(t-1)+Y(t-2L)$$

これを(2)式に代入すれば

$$Y(t)=g\cdot S(t-1)+(1+g)^{-L}\cdot g\cdot S(t-1)+Y(t-2L)$$

となる。同じ操作を n 回くり返すと

$$Y(t)=g\cdot S(t-1)\cdot[1+(1+g)^{-L}+\cdots\cdots+(1+g)^{-(n-1)L}]+Y(t-nL)$$

を得る。$n\to\infty$とすれば $0<g<1$ の時

$$Y(t)=\frac{g\cdot S(t-1)}{1-(1+g)^{-L}}$$

となる。両辺を $S(t-1)$ で割って

$$\frac{Y(t)}{S(t-1)}=\frac{g}{1-(1+g)^{-L}}=q \qquad (3)$$

この値を均衡比率と言う[3]。固定成長率によるなめらかなストックの成長のもとでは、販売台数と保有台数との比率が一定の均衡値をとることがこれによってわかるのである。

実際の$S(t)$と$Y(t)$の値を表にすると**表3**が得られる。$S(t)$の成長のなめらかさを見るためにグラフを書いてみると**図1**が得られる。仮りに昭和四十一年から四十八年の期間をとり、成長率と均衡比率を求めてみると[4]、

$$\hat{g}=0.28 \qquad \hat{q}=0.35$$

となっている。この数値を用いて逆に耐用期間を求めてやると、

表3 [$S(t)$. $Y(t)$, $r(t)$]*

年	$S(t)$	生産台数	輸出	輸入	$r(t)$	$Y(t)$
40	218	70	10			
41	283	88	15		8	73
42	384	138	22		13	114
43	521	206	41		28	165
44	693	261	56	1	34	206
45	878	318	73	2	62	247
46	1,057	372	123	2	74	251
47	1,253	402	141	2	67	263
48	1,447	447	145	4	112	306
49	1,585	393	173	4	86	224

*資料〔2〕により作製
単位：万台

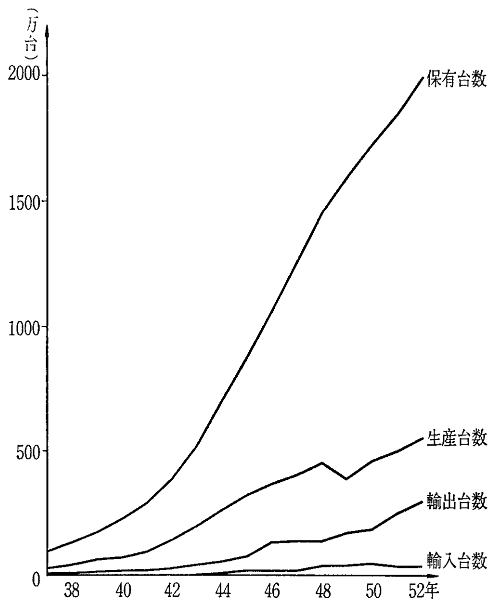
$$L=-\log\left(1-\frac{g}{q}\right)/\log(1+g)$$

$$=6.52$$

となる。

このことから昭和四十一年から四十六年の期間において全車同じ耐用期間で廃棄され更新されたものと仮定した場合の耐用期間は6・52年であったと考えられる。これも一つの寿命の

図 1



測度であると考えられようが、ここで用いた成長率と均衡比率の推定値$\hat{g}$および$\hat{q}$は単に説明の目的のためのみに求められた平均値であることに注意を促したい。検定上の問題としては$\hat{g}$については単に smoothness が検証されることを要するのみであるが、$\hat{q}$についてはそういうわけには行かない。第一に、実際値は真の均衡比率のまわりを変動するものとしても、そこには正規分布を仮定し得るような通常の誤差の他に、他の変動要因との間に高い相関を持つと考えられる本来の均衡からの乖離が含まれている。第二に、そのような乖離を説明しようとする場合には、耐用期間についての独立の観測値ないし推定値が必要となってくる。

さらにまずいことには、この導出においてgのみならずLも一定としていることから、これらの値の変化が急激である場合、およびその時間的変化を問題としたい場合に極めて不都合である。また $g=0$ の場合、すなわち飽和状態にあるような場合には、このモデルからLの値を導き出すことはできない。

しかしながら高度成長期にみられるような均衡比率にもとずく生産計画がそれに見合う需要増加によって正当化されるような場合には、これによって導かれる耐用期間が寿命の推定値を与えると考えて差しつかえなかろう。

(二) 廃車率決定モデル

前節の(1)式において、$r(t)$が$S(t)$のある割合に設定されるという場合を考えよう。これは全ユーザーによる廃車の意思決定の結果であると考えられる。この割合を$a(t)$とすると、

$$r(t)=a(t)\cdot S(t)$$

である。したがって次期ストック量は次の式によって決まることになる。

$$S(t+1)=S(t)+Y(t)-a(t)\cdot S(t)$$
$$=(1-a(t))S(t)+Y(t)$$

今、$S(0)=0$, $Y(0)=y_0$, $Y(t)=0$ for all $t>0$ と置いてみよう。これによって得られる時間の関数$S(t)$は第0期に生産された量y_0がユーザーの意思決定を通してどのように減衰して行くかを時間軸の上にプロットするものである。

$$S(t)=\prod_{\tau=1}^{t-1}[1-a(\tau)]\cdot y_0 \qquad t\geqq 2$$
$$S(0)=0,\ S(1)=y_0$$

第一期に立って、初期に生産された自動車集団の寿命を予想する場合を考える。恐らくそれは第一期の意思決定 $a(1)=a$ がどのような寿命を含意しているかを検討することになろう。この予想寿命をLとすると、

$$S(L+1)=0$$
$$=(1-a)^L\cdot y_0$$

を得る。定義的に $0<a<1$ であるから高次の項を無視すれば

$$(1-a)^L\fallingdotseq 1-La$$

よって

$$L\fallingdotseq\frac{1}{a}$$

となる。したがって第一期の廃車率の決定はその逆数として初期生産車の寿命を含意していることになる。

この考え方に基いてLの値を計算すると、昭和五十年、五十一年、五十二年でそれぞれ寿命は13年、17年、13年となり一定しない。この寿命は計算が簡単であり便利であるが、昭和四十九、五十、五十一各年次生産車の車輛特性を表わすものではないことは言うまでもない。しかも製造年次の異なる諸財の混合としての保有ストックに廃車率を乗じてやる形になっているから、そこには財の等質性が仮定されていることになり適切な寿命概念とは言い難い。

（3） この結果はブレムスモデルとして知られている。Brems, H., "Long-Run Automobile Demand", *Journal of Marketing*, Vol. 21, 1956.

（4） $\hat{g}$ の値は $Y(t)/S(t-1)$ の実際値の平均をとっている。分母はストック量、分子はフロー量であることに注意を要する。

四　期待余命

一般にヒトの平均寿命は死亡秩序を表に表わした生命表によって次のように求められる。すなわちx歳のヒトの数をP_x、生残確率をπ_xとするとき、この人口集団の今後の延生存数は

$$\int_x^\infty P_x \cdot \pi_t dt$$

であらわされる。したがってこれをP_xで割ったものがx歳のヒトの期待的な余命をあらわしていることになる。

期待寿命は0歳児の期待余命、すなわち

$$\int_0^\infty \pi_t dt$$

で与えられる。この考え方を自動車に当てはめるには車令別残存率を求めればよい。昭和五十二年三月末現在の車令別残存率を求めてみると**表4**のようになる。

表4 自動車残存率表

車　令	初度登録年別保有台数**	年次別新車新規登録台数***	残　存　率
1(51)*	2,275	2,271	1.000
2(50)	2,539	2,581	1.000
3(49)	2,007	2,028	1.000
4(48)	2,475	2,536	0.976
5(47)	2,046	2,153	0.950
6(46)	1,595	1,790	0.891
7(45)	1,211	1,662	0.729
8(44)	753	1,470	0.512
9(43)	331	1,128	0.293
10(42)	176	861	0.204
11(41)	79	625	0.126
12(40)	52	489	0.106
13(39)	38	411	0.092
14以上	58	NA	—
	16,206	—	—

*　(　)内は年次(昭和)
**　(財)自動車検査登録協力会調
***　(社)日本自動車販売協会調
昭和52年3月末現在，単位万台

表4の残存率を**図2**のような折れ線で表わした時、この折れ線と2本の軸で囲まれる面積が期待寿命となるが、それはまた斜線をほどこした部分の面積Aと面積Bとが等しくなるような車令t^*に等しい。しかしながら以上のデータだけでは車令14以上が不明であることから、この考え方によって期待寿命を求めることができない。そこで**図2**の折れ線を摩耗曲線 $e^{-\alpha(t-1)^2}$ で近似することを考える。**表4**からαを推定すると、

$$\hat{\alpha}=0.016$$

となるのでこれにより期待寿命は

$$1+\int_1^{\infty} e^{-0.016(t-1)^2}dt=1+\int_0^{\infty} e^{-0.016t^2}dt$$

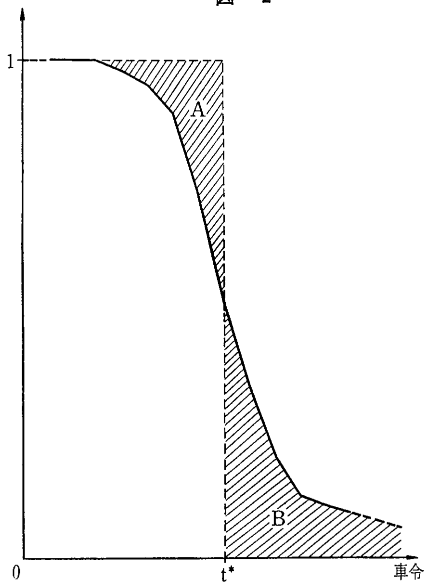
$$=1+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{0.016}}\fallingdotseq 8$$

となる。いま一つの求め方は**図2**の縦軸の50%に対応する横軸の値、すなわち50%残存率車令を$t^{*\prime}$としてこれで代用する。図から読みとるとこの値もほぼ8となっている。すなわち

$$t^{*\prime}=t|e^{-\alpha(t-1)^2}=0.50$$

であるから、

図 2



$$t^{*\prime}=1+\sqrt{\frac{0.693}{\alpha}}$$

一方、積分から求めた平均余命は

$$1+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

であるから、両者の差は

$$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}-\sqrt{\frac{0.693}{\alpha}}\fallingdotseq\frac{0.054}{\sqrt{\alpha}}<0.5\Longleftrightarrow\alpha>0.012$$

でαが比較的大きい場合には無視し得る。そこで任意の時点で残存率表を作成すれば、その残存率曲線の50％に対応する車令を読みとることによってその時点での期待寿命が容易に得られることになる。

表5　期待寿命（50％残存車令による）

計算時点	49	50	51	52	53
期待寿命	6.2	7.5	7.7	8.0	8.4

表4と同じ資料に基いてこの値を求めてみると**表5**のようになり、年々期待寿命が延びていることがわかる。ヒトの場合と同じくこのような期待寿命の延びは、車令の若い自動車の廃車率低下と車令の古い自動車の増大によってもたらされたものと考えられる。それは言葉の極く普通の意味における寿命の延長を最もよく反映していると思われる。

しかしながら注意を要することは、**表4**の残存率の列に並んだ数値は単に車令の別を反映するばかりではなく、製造年次の違いにも大いに関係している点である。すなわちここに縦に並んだ残存率に従って車令とともに減少して行く様な同一車令集団が必ずしも存在するわけではない。**表4**の残存率は昭和五十二年三月末の自動車ストックにもとずいたものであり、それは14種以上の異なるヴィンティジの混合になっている。恐らく自動車の残存表がヒトの死亡生残表と大きく異なるであろう点は、自動車の場合ヴィンティジ毎に技術水準が異なるため残存率曲線自体がヴィンティジ毎に異なりその差は少くないと思われることである。

以下この点を考慮したモデルを作ってみよう。

v 年次に生産された自動車の t 年次における残存数を $P(t,\ v)$ とする。言うまでもなく v 年次の生産台数は $P(v+1,\ v)$ である。廃車率を $r(t,\ v)$ とすると、小さな時間増分 $\varDelta t$ に対して

$$P(t+\varDelta t,\ v)=[1-r(t,\ v)\cdot\varDelta t]P(t,\ v)$$

となる。これより

$$\frac{P(t+\varDelta t,\ v)-P(t,\ v)}{\varDelta t}=-r(t,\ v)\cdot P(t,\ v)$$

を得る。左辺の分子を $\varDelta P(t,\ v)$ と書いて、$\varDelta t\to 0$ のとき

$$\frac{\varDelta P}{\varDelta t}\longrightarrow\frac{dP}{dt}$$

と仮定すれば、微分方程式

$$\dot{P}(t,\ v)=-r(t,\ v)\cdot P(t,\ v) \qquad (1)$$

を得る。t の増加とともにいかなる自動車も老朽化して行くこと、および生産された年に廃車されることはないであろうことを考え合わせれば

$$\frac{\partial r}{\partial t}>0,\ r(v+1,\ v)=0$$

と仮定してもよかろう。線形性を仮定して

$$r(t,\ v)=\theta_v\cdot(t-v-1),\ \theta_v>0$$

とすれば、(1)の一つの解は

$$P(t,\ v)=P(v+1,\ v)\cdot\exp\left[-\frac{1}{2}\theta_v(t-v-1)^2\right]$$

となる。残存率を $R(t,\ v)$ とすれば

$$R(t,\ v)=\frac{P(t,\ v)}{P(v+1,\ v)}$$

$$=\exp\left[-\frac{1}{2}\theta_v(t-v-1)^2\right]$$

ここで

$$-\alpha_v=-\frac{\theta_v}{2}$$

とおけば

$$R(t,\ v)=\exp[-\alpha_v(t-v-1)^2] \qquad (2)$$

を得る。

表4の作成と同じ手続によってヴィンテイジ別残存率表を作ると**表6**のようになる。この数値を用いて(2)式の α_v の値を推定してやると、ヴィンテイジ別の残存率曲線と期待寿命とが得られる。**表7**に $\hat{\alpha}_v$ の値と50％残存率寿命 $t^{*\prime}$、および積分による期待寿命を示す。また**図3**に(a)(b)(c)として各々ヴィンテイジ41、43、45に対する残存率

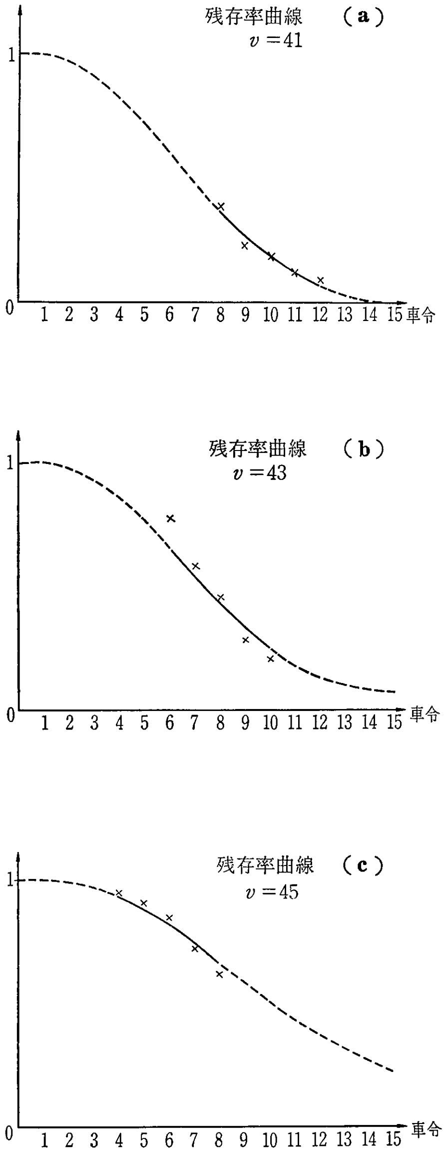
表 6　ヴィンティジ別残存率表

v \ t	49	50	51	52	53
41	.390	.240	.184	.126	.094
42	.538	.429	.262	.204	.124
43	.781	.589	.463	.293	.215
44	.884	.815	.622	.512	.329
45	.949	.921	.854	.729	.618
46	.986	.965	.938	.891	.783
47	1.000	1.000	.972	.950	.909
48	1.000	1.000	1.000	.976	.965
49		1.000	1.000	1.000	.974
50			1.000	1.000	.985
51				1.000	.981
52					1.000

表 7　ヴィンティジ別期待寿命

v	$\hat{\alpha}_v$	$t_v^{*\prime}$	期待寿命
41	.0205	6.80	7.18
42	.0196	6.93	7.33
43	.0169	7.41	7.82
44	.0136	8.14	8.60
45	.0081	10.25	10.85
46	.0053	12.44	13.13
47	.0034	15.28	16.20
48	.0020	19.55	20.80

図　3



曲線を示す。ここで実線の部分が内挿区間である。

表7は次のように読むことができる。すなわち、ヴィンティジ混合の残存率表によって50%残存車令を期待寿命と考えるという通常用いられる寿命概念にもとずけば、例えば、ヴィンティジ43が50%残存になる時点すなわち昭和五十年八月（43+7.41=50.41）における自動車の期待寿命は7・41年である。

この読み方を用いれば、自動車の将来の期待寿命をかなり精確に（少くとも将来人口程度の精確さで）予測することができる。すなわち、昭和五十五年には期待寿命は10年、五十八年には12年、六十二年には15年、六十七年に

は20年といった具合になる。この予測は(2)式で表わされるモデルが正しいという限りにおいて正しい。

次にヴィンティジ毎に残存率曲線が異なるというわれわれの仮説は正しいであろうかという問題を簡単に検討する。この検証はいろいろなやり方が考えられるが、α_vがvによってどの程度説明されるかを考えてみよう。線形回帰モデル

$$\alpha=b_0+b_1v+\varepsilon$$

のパラメーターを最小自乗法によって求めると

$$\hat{b}_0=0.0228,\ \hat{b}_1=-0.00206$$

$$\bar{R}^2=0.86\ (\text{自由度修正済})$$

となる。但しここでのvの値は製造年次から40を減じてある。すなわち昭和四十一年を1と考えている。また

$$\bar{s}_1=4.69\times10^{-4}\ \therefore\ t=4.4$$

であり、以上によりαの変動の86％がこの回帰式によって説明されること、および帰無仮説：$b_1=0$は95％水準で棄却されることなどがわかる。

以上の結果は次のような政策的含意をもっている。すなわち、50％残存車令を寿命と考える場合には、物理的属性という意味において寿命の長い車を新たに開発して発売したとしても、それが全体としての寿命を長くする効果はないと言って良い。何らそのような寿命延長の手立てを行わない場合でも、四十五年ヴィンティジが50％残存車令を迎える昭和五十五年には寿命10年以上という水準に到達し得る。しかも昭和五十五年以降少なくとも昭和六十八年までは、この水準から下がることはない。

五　私的経済計算に基く寿命

前節までに考察した寿命の考え方は、言わばマクロ的観点から、存在する保有自動車ストックを検討した結果であった。しかしながら寿命を決めているものは自動車の場合その機能上の生命よりは、ユーザーの専断的な廃車の意思決定であるとも言い得る。無論ここに専断的という意味は、車令とともに生ずる機能低下や、車検、税制等の制度上のメリット、デメリットに応じた費用面の考慮から独立であると言うことではない。むしろ逆にそうした考慮の主体としてのユーザーのもつ特性が自動車の寿命を決定する最も大きな要因ではないかと思われるのである。本節ではこの点を明らかにするため、ミクロ的な観点から寿命の決定を検討する。

次のような取替問題を考えよう。

向n年間に亘って耐久消費財の購入・取替計画を立てる問題を考える。この耐久消費財の購入費用と取替間隔k年間（$k<n$）の総運転維持費用からk年後の売却価額を減じたものを向k年間の総費用と考え、この大きさをR_kとする。計画期間に渡る最小費用をf_nとすれば、割引ファクターをαとして

$$f_n=\mathop{\mathrm{Min}}_{k}[R_k+\alpha^k f_{n-k}]$$

となる。すなわち、向k年間の費用とk年後に選ばれる最小費用の現在価値の和を最小にするような意思決定をとり続けることにより向n年間の最小費用を求める。このf_nを与えるkの値をk^*として、最小費用取替政策と呼ぶ。ここで

$$\alpha=\frac{1}{1+i},\qquad 0<i<1$$

i はユーザーの時間選好率である。

数列 $\{f_n\}$ は極限値 f に収束するものとすれば、計画期間が十分に長い時、最小費用政策は次の方程式の解である。

$$f=\operatorname*{Min}_k[R_k+\alpha^k f]$$

すなわち、任意の k に対して

$$f\leqq R_k+\alpha^k f$$

であるから

$$f\leqq\frac{R_k}{1-\alpha^k}$$

で等号は $k=k^*$ の時に成り立つ。よって

$$f=\operatorname*{Min}_k\left[\frac{R_k}{1-\alpha^k}\right] \qquad (1)$$

となり、最小費用政策は最小化問題(1)の解となる。この f に $1-\alpha>0$ を乗じて

$$g=(1-\alpha)f$$

とすれば

耐久消費財の寿命について

$$g=\underset{k}{\mathrm{Min}}\left[\frac{R_k}{1+\alpha+\alpha^2+\cdots\cdots+\alpha^{k-1}}\right] \qquad (2)$$

となるが、最小化問題(2)の解は(1)の解と同一である。(2)において $\alpha=1$ とおけば

$$g=\underset{k}{\mathrm{Min}}\left[\frac{R_k}{k}\right] \qquad (3)$$

を得る。

また方程式

$$f=\underset{k}{\mathrm{Min}}[R_k+\alpha^k f]$$

の解は次のようなＬＰ問題の解とも同一である。すなわち

$$\text{Maximize } f$$

$$\text{subject to } f\leqq\frac{R_k}{1-\alpha^k} \text{ for all } k$$

この問題の双対問題は

$$\text{Minimize } \sum_k\left[\frac{R_k}{1-\alpha^k}\right]\cdot x_k \qquad (4)$$

$$\text{subject to } \sum_k x_k=1$$

となる。(4)は（x_1, x_2, ……, x_k, ……）の内の唯一つを $x_{k'}=1$ として他をすべて0とする基底解を与える。

さて、k年間の総費用R_kは、購入価額と売却価額の差の部分と、k年間の運転維持費用の総和の部分とからなっている。まず購入価額—売却価額の部分を考えよう。

購入価額をa円とするとk年後の売却価額は

$$s^k \cdot a \qquad\qquad 0<s<1$$

と考えられる。よく言われるのは $s=1/2$ で、sは一年間車令が古くなることによる減価率である。これを前出の割引ファクターを用いて購入時点へ割り戻して差をとると

$$(1-\alpha^k s^k)\,a$$

となる。

総費用を構成するいま一つの部分は運転維持費用である。車令t年の自動車の年間運転維持費用を$C(t)$とすると、k年間の総運転維持費用の現在価値は、新車の場合

$$\sum_{t=1}^{k}\alpha^{t-1}\cdot C(t)$$

となる。$C(t)$は車令が古くなるに従って増加して行くと考えられるのでこれを

$$C(t)=C_0\cdot r^{t-1} \qquad\qquad r>1$$

と考えると

$$\sum_{t=1}^{k}\alpha^{t-1}\cdot C(t)=(1-\alpha^k r^k)\cdot\frac{C_0}{1-\alpha r}$$

を得る。これによりk年間の総費用は

$$R_k=(1-\alpha^k s^k)\cdot a+(1-\alpha^k r^k)\cdot\frac{C_0}{1-\alpha r}$$

となる。(1)の最小化問題を考えるためにこの両辺を $1-\alpha^k$ で除し、kが離散量であることをしばらく忘れて、これをkで微分することを考える。任意のβに対して

$$\frac{d}{dk}\left[\frac{1-\alpha^k\beta^k}{1-\alpha^k}\right]=\frac{\alpha^k}{(1-\alpha^k)^2}\left[(\alpha^k-1)\beta^k\log\beta+(1-\beta^k)\log\alpha\right]$$

であるから右辺の［　］内を$\phi(k)$とおき、これをさらにkで微分すると

$$\frac{d}{dk}\phi(k)=\beta^k(\alpha^k-1)\log\beta\log\alpha\beta$$

を得る。ここで割引ファクターは $0<\alpha<1$ であるから

(i)　$0<\beta<1$ なら $\beta^k>0$, $\alpha^k-1<0$, $\log\beta<0$, $\log\alpha\beta<0$ より

$$\frac{d}{dk}\phi(k)<0,\ \phi(0)=0$$

(ii)　$\beta>1$ なら $\alpha\beta>1$ の時 $\log\beta>0$, $\log\alpha\beta>0$ より、やはり

$$\frac{d}{dk}\phi(k)<0,\ \phi(0)=0$$

よっていずれの場合でも任意の $k>0$ に対して

$$\frac{d}{dk}\left[\frac{1-\alpha^k\beta^k}{1-\alpha^k}\right]<0$$

となる。よって $\alpha r>1$ の時

$$\frac{d}{dk}\left[\frac{1-\alpha^k s^k}{1-\alpha^k}\right]<0,\quad \frac{d}{dk}\left[\frac{1-\alpha^k r^k}{1-\alpha^k}\right]<0$$

を得る。したがって $1-\alpha r<0$ の時は

$$\frac{R_k}{1-\alpha^k}=\frac{(1-\alpha^k s^k)}{1-\alpha^k}\cdot a+\frac{(1-\alpha^k r^k)}{1-\alpha^k}\cdot\frac{C_0}{1-\alpha r}$$

の右辺第1項は k の減少関数、第二項は増加関数となっている。すなわち車令増加による運転維持費用の増加率が時間選好率よりも大きい場合（$\theta>i$；$r=1+\theta$，$\alpha=\frac{1}{1+i}$）には、(1)の最小化問題が**図4**のように最適値をとる可能性があることを示している。

説明のために**図5**のような売却価額の減少と運転維持費用の増加が見込まれる場合を考えよう。割引を考えない場合（$\alpha=1$）には(3)式を解くことを考えればよいから

$$R_k=\left[1-\frac{1}{2}\left(1-\frac{k-1}{d+1}\right)\right]a-\sum_{t=0}^{k}C_0(1+\beta t)$$

とすれば、R_k/k は凸関数になるから

図　4

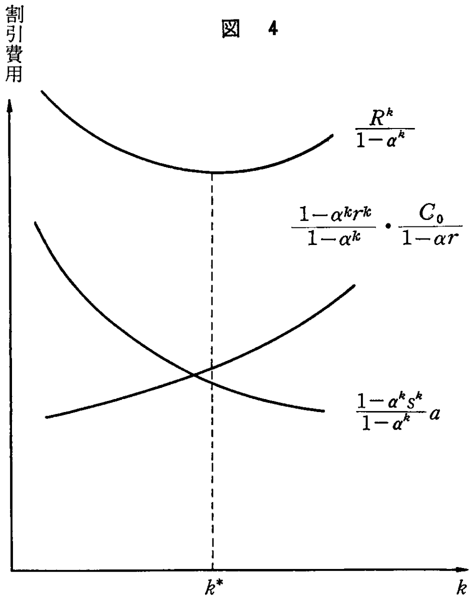
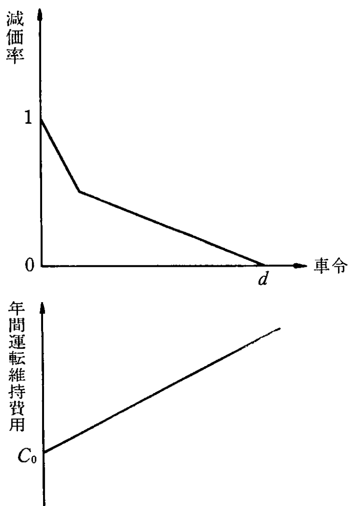


図　5



$$k^*=\sqrt{\frac{a(d-2)}{C_0\beta(d-1)}} \qquad (5)$$

のとき最小値をとることがわかる。ちなみに、売却価額が0となってしまう車令（耐用年数）を10年として、購入価額百万円、初期年間運転維持費用20万円、費用増加は年10％であるとすると

$$k^*=\sqrt{\frac{1000000\times(10-2)}{200000\times0.1\times(10-1)}}=\sqrt{44}=6.63$$

となり、このようなユーザーの私的経済計算から得られる車の寿命はこの場合に約6・63年であると言える。

さらに(5)式をdで微分してやると

$$\frac{\partial k^*}{\partial d}=\frac{a-C_0\beta k^{*2}}{2C_0\beta(d-1)k^*}$$

となり

$$右辺の分子=a-\frac{a(d-2)}{d-1}=\frac{a}{d-1}$$

より$d>1$に対しては

$$\frac{\partial k^*}{\partial d}>0$$

を得る。このことによりdの増加、すなわち売却価額が0となる時期が先に伸びると、それによって取替間隔が長くなり、私的経済寿命が長くなることがわかる。

しかしながらdをたとえ二倍に伸ばしたとしても、例えば10年から20年に延長しても、その結果k^*はわずか3%長くなるに過ぎないことに注意を要する。

さて、車令による運転維持費用の増加という考え方は概念的には明らかであるが、果して現実のデータから把握し得るであろうか。ユーザーに対するアンケート調査から得られた費用実績は**表8**のようになっている。これを見ると一両当の月間走行経費は逆に低下しており、その他の経費も車令の増加関数となっているようには見えない。しかし月間走行粁数と実働率を見てみると双方とも**表9**のように低下しており、車令の古い車は経費がか

表 8

車令	1両当走行経費(1月)	1回当6ヵ月整備料金	1回当12ヵ月整備料金
0	14,245	11,443	—
1	17,348	10,163	13,299
2	15,672	10,364	12,238
3	13,586	11,477	16,040
4	14,051	11,291	15,307
5 以 上	11,156	10,371	15,343
全車平均	13,853	10,668	14,461

車令	車 検 整 備 料 金	1件当事故整備料金	1件当臨時整備料金
0	—	110,283	3,750
1	—	93,181	18,010
2	53,200	60,244	18,114
3	—	39,563	4,860
4	54,654	55,561	6,391
5 以 上	66,397	114,676	5,745
全車平均	57,711	76,757	7,759

単位：円

表 9

車令	月間走行粁	実動率	調整済走行経費	調整済整備経費	年 間 費 用
0	1,203	80.8	148,038	19,453	167,491
1	1,387	82.2	153,705	49,964	203,669
2	1,202	79.8	165,046	52,506	217,552
3	1,026	78.9	169,534	68,974	238,508
4	1,048	74.9	180,359	69,129	249,488
5 以 上	900	72.6	172,472	80,068	252,540
全車平均	1,089	77.3	166,236	64,653	230,889

表8，表9とも資料〔3〕により作成

さみ、その結果ユーザーは使用を控えることによって実際に支払われる費用増加を避けていることがわかる。

そこで次の式により走行経費を調整し年間走行経費を求めると**表9**の第三列が得られる。

$$\frac{\text{走行粁・実働率調}}{\text{整済年間走行経費}}=\text{走行経費}\times\frac{1089}{\text{走行粁}}\times\frac{0.773}{\text{実働率}}\times 12$$

すなわち、平均走行粁月間１０８９キロ、平均実働77・３％で使用する場合の各車令別走行経費である。整備経費は次の式で求めたものを走行粁と実働率で調整する。

$$\frac{\text{6カ月整備}}{\text{1回当料金}}\times 2+\frac{\text{12カ月整備}}{\text{1回当料金}}+\text{車検整備料金}\times\frac{1}{2}$$

この**表9**の第三列と第四列の和が車令別年間運転維持費用である。

このデータにもとづいて

$$C(t)=C_0(1+\beta t)$$

のβを推定してやるとと

$$\hat{\beta}=0.143$$

なり、購入価額80万円の場合の私的経済寿命

$$k^*=5.45$$

を得る。また

耐久消費財の寿命について

$$\frac{\partial k^*}{\partial \beta}=-\frac{k^*}{2\beta}$$

であるからβを小さくすれば寿命は伸びることが明らかであるが、βを10%低くするとk^*は約5・3%伸びることになり、βを75%下げると寿命は丁度二倍となる。すなわち年間運転維持費用の車令による増加率を現在の14・3%から3・5%程度へと低下させてやることがもし可能ならば、私的経済寿命は現在の倍の約10・9年となるのである。

以上のことから、寿命の実質的延長のためには、耐用年数を長くすることよりも年々の運転維持費用の増加率を下げることの方が、より効果的であろうと考えられる。

ところが現実に新車を replace して行くユーザーの意思決定を考えて見ると、モデルチェンジが起る時点で取替を行なうという戦略をあらかじめ持っている場合を想定し得る。そのような場合には定式化が若干異なってくる。

今、第t期において取替間隔をkとした時、この計画された取替時期 $t+k$ より以前にモデルチェンジが起ってしまう場合を考えよう。新車を購入して使用を開始してから第j番目の期に初めてモデルチェンジが起る確率をp_jとする。モデルチェンジが起れば使用中の車は売却して次の期から新しい車を使用するものとすれば、最小費用の期待値は次のようになる。すなわち

$$f_n=\operatorname*{Min}_k\left[R_k+\sum_{j=1}^{k-1}\alpha^j f_{n-j}p_j+\alpha^k f_{n-k}\left(1-\sum_{j=1}^{k-1}p_j\right)\right]$$

$$R_k=(1-\sum_{j=1}^{k}\alpha^{j-1}s^{j-1}p_j)\,a+\sum_{t=1}^{k}\alpha^{t-1}C(t)\,(1-\sum_{j=1}^{t-1}p_j)$$

(1)式と同じ考え方で n が十分大きい時の最小化問題を導いてみると、期待割引ファクター

$$E[\alpha^j|k]\equiv\sum_{j=1}^{k-1}\alpha^j p_j+\alpha^k(1-\sum_{j=1}^{k-1}p_j)$$

として、

$$f=\operatorname*{Min}_k\left[\frac{R_k}{1-E[\alpha^j|k]}\right] \tag{6}$$

を得る。(3)式に対応するものとしては、期待取替間隔

$$E[j|k]=\sum_{j=1}^{k-1}jp_j+k(1-\sum_{j=1}^{k-1}p_j)$$

として

$$g=\operatorname*{Min}_k\left[\frac{R_k}{E[j|k]}\right] \tag{7}$$

を得る。

(6)の最小化問題は新車に特に選好を持つようなユーザーが最適な取替間隔を決定する問題であって、最小費用政策 k^* は、時間選好率とモデルチェンジの起る確率という二つの主観的要因の関数となる。メーカーが次々にモ

デルチェンジをくり返して行くような状況のもとでは、$\sum_{j=1}^{t} p_j = 1$ となる t が小さくなっているであろう。そのようなものに対して、必ず $k^* \leqq t$ が成り立っているから最適取替間隔は短くなる。

六　まとめ

以上乗用自動車を例として耐久消費財の寿命についていくつかの考え方を示してきた。自動車の寿命が輸送器機としての機能が失われるまでの時間を意味する物理的な寿命ではなく、ミクロ的には取替費用と運転維持費用との総和を考慮したユーザーの経済計算に基く取替間隔であり、マクロ的には保有ストックの残存率曲線から導かれる期待余命であると考えるならば、次の事柄が指摘される。

(ア) 価格が高く耐久年限の長い車を新しく発売すれば、ミクロ的には自動車の寿命を延長する効果がある。

(イ) さらにその車が運転維持費用の面において従来の車より安くつくものであるならばその効果は一層大きい。

(ウ) しかしマクロ的には、そのような政策がもたらす寿命延長効果は0に等しく、逆にそうした政策を新たにとらなくとも寿命延長はほぼ確実に達成される。

(エ) 昭和四十年を0年として第 v 年に生産された車の第 t 年における残存率を予測するには

$$\hat{r} = \exp[-(0.0228-0.00206\,v)(t-v-1)^2]$$

(オ) 購入価額 a 円、初年度運転維持費用 C_0 円、年間運転維持費用増加率 β、耐用年数 d 年の車の最適取替間隔は

$$k^* = \sqrt{\frac{a(d-2)}{C_0\beta(d-1)}}$$

である。

参考資料

〔1〕自検協統計No.5『自動車保有車両数』 運輸省自動車局監修 (財)自動車検査登録協力会 昭和五十四年

〔2〕『日本の自動車工業』昭和五十四年度版 (社)日本自動車工業会

〔3〕『自家用自動車の点検整備実施状況等の実態調査結果』運輸省自動車局 昭和五十三年度

〔4〕『エネルギーと自動車』 (社)日本自動車工業会 昭和五十四年

〔5〕『軽自動車部品共通・互換性推進に関する要望書』 (社)日本自動車部品工業会

〔6〕『資源の有効利用』(社)日本経済調査協議会 昭五十一年

〔7〕『自動車整備白書』 (社)日本自動車整備振興会連合会編 昭和五十四年版

〔8〕樋口健治「乗用車の寿命について」『自動車技術』Vol. 33, No 7, 1979.