研究ノート

続 耐久消費財の寿命について (一)

小林秀徳

一 はじめに

本研究ノートは前号所載の拙稿「耐久消費財の寿命について」に対する続編である。したがってその主題は依然として耐久消費財の寿命を計測するフレームワークの検討にあるが、少し観点を変えて、先ず耐久消費財の寿命に対して供給方式および市場構造がおよぼす影響について考察する。次にそこでの議論と整合的な寿命概念について検討し、しかる後に、寿命の斯概念に基く需要予測のモデル構築へと話を進めたい。念頭においている耐久消費財は乗用自動車であるが、理論的な展開はこのことに拘束されずに進める。特に本稿で明らかにしたい問題点は次の事柄である。すなわち、耐久消費財の需要の決定要因にはその財のもつ耐久性が含まれるが、耐久性=寿命という等号関係を主張するには若干の留保条項が要る。耐久財ストックの廃棄更新の意思決定はその財の機能的属性としての耐久性のみに依存するものではなく、他の経済的諸要因（例えば運転・維持経費、技術革新等）

によっても左右される。(1) 消費者行動の理論を援用する際には多くの場合それらの諸要因が無視されるが、そのことが逆に耐久性と寿命との間の差異に含まれる問題点を浮かびあがらせてもいる。耐久財の耐久性の水準は生産者の意思決定に関わる事項であるが、平均生産費用は通常耐久性の増加関数であると考えられるから、供給量と耐久性とは同時的に決定される。価格メカニズムはこの耐久性の水準を最適に調整するであろうか。

次節ではこの点を明らかにするために先ず消費者行動の検討から、耐久性に基くサービス価格の導出を行い、次に生産面での意思決定問題を考察する。

二 耐久消費財の需要・供給と耐久性

初期時点 ($t=0$) において消費者が非耐久および耐久消費財の購入計画（非耐久財については購入すなわち消費と考えられるが、耐久財の購入は投資であり、耐久財ストックからフローとして流れ出るサービスを消費することになる）を立てる問題を考えよう。

非耐久財および耐久財の価格、ならびに消費者の所得について、各々の時間軸上の径路 $P_c(t)$、$P_d(t)$、$Y(t)$ が与えられ（あるいは期待され）た時、彼は将来所得の総計を制約として、異時点に渡る消費に対する効用の割引現在価値を極大化するような非耐久財の消費量および耐久財ストックの量の時間径路を決定しようとするであろう。この時、彼の問題は次のような変分問題として表わされる。(2)

$$\text{Maximize} \int_0^\infty U(C(t),\ S(t))e^{-rt}dt$$

$$\text{subject to} \int_0^\infty [C(t)P_c(t)+I(t)P_d(t)]e^{-rt}dt=\int_0^\infty Y(t)e^{-rt}dt$$

ここで

U……異時的効用関数

$C(t)$……非耐久財の消費

$S(t)$……耐久財のストック（効用はストックから流れ出すサービスの関数であるが、サービスはストックの関数であるから、ここでは直接ストックの関数とする）

r……割引率

である（すなわちここでは完全競争的な資本市場を仮定している）。

耐久消費財の耐用のパターンは one-hoss-shay 型を仮定する。すなわち与えられた耐用年限Tの間だけ一定のサービス・フローを提供するが耐用年数が経過すると消滅する。更に耐用年数経過時点においては消滅分だけすべて replacement を行うものと仮定すれば、任意の時点における耐久消費財の購入量は

（ストック純増分）＋（取替更新分）

すなわち

$$I(t)=\dot{S}(t)+I(t-T)$$
$$=\dot{S}(t)+\dot{S}(t-T)+\dot{S}(t-2T)+\cdots$$

となる。これにより制約条件式の左辺は

$$\int_0^\infty [C(t)P_c(t)+(\dot{S}(t)+\dot{S}(t-T)+\dot{S}(t-2T)+\cdots)P_d(t)]e^{-rt}dt \qquad (1)$$

と書き直すことができる。ところで今0時点にストック0で出発して購入計画を立てる問題を扱っているものとすれば

$$S(t)=0 \qquad \text{for } t\leqq 0$$

と仮定して良かろう。(3) すると任意の自然数 n に対して

$$\int_0^\infty [\dot{S}(t-nT)P_d(t)e^{-rt}]dt$$

$$=\int_{-nT}^\infty [\dot{S}(t)P_d(t+nT)e^{-r(t+nT)}]dt$$

$$=\int_0^\infty [\dot{S}(t)P_d(t+nT)e^{-nrT}]e^{-rt}dt$$

となるから(1)式はさらに

$$\int_0^\infty [C(t)P_c(t)+\dot{S}(t)(P_d(t)+P_d(t+T)e^{-rT}+P_d(t+2T)e^{-2rT}+\cdots)]e^{-rt}dt$$

と書ける。ここでラグランジュ乗数を λ として、この変分問題のオイラー方程式を作ると、

$$U_{S(t)}e^{-rt}+\lambda\frac{d}{dt}[P_d(t)+P_d(t+T)e^{-rT}+P_d(t+2T)e^{2rT}+\cdots]e^{-rt}=0$$

となり

$$U_{s(t)}e^{-rt}=\lambda e^{-rt}[rP_d(t)+rP_d(t+T)e^{-rT}+rP_d(t+2T)e^{-2rT}+\cdots$$
$$-\dot{P}_d(t)-\dot{P}_d(t+T)e^{-rT}-\dot{P}_d(t+2T)e^{-2rT}+\cdots]$$

を得る。今、時間的に耐久財の価格が変化しない

$$P_d(t)=P_d$$

という時間径路が与えられたとすれば最適保有水準 $S(t)$ の path は、微分方程式

$$U_{s(t)}=\lambda rP_d[1+e^{-rT}+e^{-2rT}+\cdots]$$
$$=\lambda\frac{rP_d}{1-e^{-rT}}$$

の解であることが必要である。一方非耐久財については

$$U_{c(t)}=\lambda P_c(t)$$

であるから、すべての t について限界効用の比と等置さるべき両財の価格比における耐久財の価格は P_d ではなく、サービス価格

$$p=\frac{rP_d}{1-e^{-rT}} \qquad (2)$$

であるということになり、したがって耐久財の需要は、そのサービス価格の、すなわち割引率 r と購入価格 P_d と耐用年限 T との関数になる。(2)は

$$\frac{p}{r}=\frac{P_d}{1-e^{-rT}}$$

と書けば、pはT期毎に価格P_dで無限の将来に渡って購入を継続して行く際の支出の割引総和を等額年金化したものに他ならず、また

$$P_d=p\frac{1-e^{-rT}}{r}$$

と書けば、P_dは無限の将来に渡って価格pでサービスを提供する耐久財の資本化された価値に他ならない。

以上により価格P_dの耐久財の需要関数

$$S=f(p)$$

$$p=\frac{rP_d}{1-e^{-rT}}$$

を得る。

ここで導出したサービス価格pは、そのストックを消費者が単位当りP_dの価格で購入してサービスを消費する場合と無差別になる耐久財のレンタルの価格である。すなわち需要サイドでは、市場から与えられる耐久財の購入価格P_dに基いてサービス価格を計算し、このpの関数としてサービスに対する、そしてそれを通してストックに対する需要を決定していることになる。その場合に、サービスの提供が実際に耐久財のレンタル方式で行われる場合においても $p=rP_d/(1-e^{-rT})$ である限りにおいて、同一の需要スケジュールを消費者は持つことにな

る。

さて、供給サイドでは果して同様のことが言えるであろうか。すなわち、市場が完全競争的である場合に、生産者は市場から与えられる価格pに対してストックの生産量を決定することになるが、$P_d=p(1-e^{-rT})/r$ で計算されるP_dで耐久財の販売を行う場合と、ストックをすべて供給者が保有しpでレンタルを行う場合という供給方式の差異が供給量に影響を与えることはないであろうか。

この点を以下で検討しよう。

(1) 完全競争の場合

レンタル方式の場合の生産者の利潤は

$$\pi_R=\int_0^\infty[S(t)p(t)-c(T)y(t)]e^{-rT}dt$$

である。ここで

$c(T)$……規模に関して収穫一定を仮定した平均費用で $c'(T)>0$ を仮定する。

$y(t)$……生産量

であり、他の notation は前節と同じである。

（生産量）＝（ストックの純増分）＋（取替更新分）

と仮定すれば

続耐久消費財の寿命について ㈠

$$y(t)=\dot{S}(t)+y(t-T)$$
$$=\dot{S}(t)+\dot{S}(t-T)+\dot{S}(t-2T)+\cdots \qquad (1)$$

これにより

$$\pi_R=\int_0^\infty[S(t)p(t)-c(T)(\dot{S}(t)+\dot{S}(t-T)+\dot{S}(t-2T)+\cdots)]e^{-rt}dt$$

$$=\int_0^\infty[S(t)p(t)-c(T)\frac{\dot{S}(t)}{1-e^{-rT}}]e^{-rt}dt$$

となる。利潤の現在価値極大化の必要条件は

$$p(t)e^{-rt}-\frac{rc(T)}{1-e^{-rT}}e^{-rt}=0 \qquad (2)$$

および

$$\dot{S}(t)\frac{c'(T)(1-e^{-rT})-re^{-rT}c(T)}{(1-e^{-rT})^2}e^{-rt}=0 \qquad (3)$$

であり、(2)より

$$p(t)=\frac{rc(T)}{1-e^{-rT}} \qquad (4)$$

(3)より

$$\frac{c'(T)}{c(T)}=\frac{r}{e^{rT}-1} \tag{5}$$

を得る。(4)式は

(限界費用) ＝ (価格)

という条件に解釈し得るが、$S(t)$の最適径路を与える微分方程式になっていない。このことは利潤関数を線形としたことから来る帰結であって、完全競争市場を前提とする場合には、この条件を満足する多数の企業が各々能力一杯この耐久財を生産することになる。他方、方程式(5)は変数としてTを含むのみであり、左辺は全く技術的な関係であるから、これにより耐用年数Tが決定される。そのようなTが(4)式を満たすならば

$$c(T)=p(t)\frac{1-e^{-rT}}{r}=P_d(t)$$

となり、この技術のもとでストックを価格$P_d(t)$で販売することが考えられる。

販売方式の場合の利潤は

$$\pi_s=\int_0^\infty [y(t)P_d(t)-c(T)y(t)]e^{-rt}dt$$

で表わされる。(1)式を用いると

$$\pi_s=\int_0^\infty \left[-\frac{c(T)}{1-e^{-rT}}+P_d(t)+P_d(t+T)e^{-rT}+P_d(t+2T)e^{-2rT}+\cdots\right]\dot{S}(t)e^{-rt}dt$$

となり、条件

$$\frac{-rc(T)}{1-e^{-rT}}+rP_d(t)+rP_d(t+T)e^{-rT}+rP_d(t+2T)e^{-2rT}+\cdots$$

$$-\dot{P}_d(t)-\dot{P}_d(t+T)e^{-rT}-\dot{P}_d(t+2T)e^{-2rT}+\cdots=0$$

および

$$\frac{-rc(T)e^{-rT}+c'(T)(1-e^{-rT})}{(1-e^{-rT})^2}-rP_d(t+T)e^{-rT}-2rP_d(t+2T)e^{-2rT}-\cdots$$

$$+P'_d(t+T)e^{-rT}+P'_d(t+2T)e^{-2rT}+\cdots=0$$

を得る。但し $P'_d=\partial P_d/\partial T$ である。時間的に $P_d(t)$ が変化しないものとすれば

$$\frac{rc(T)}{1-e^{-rT}}-\frac{rP_d(t)}{1-e^{-rT}}=0$$

$$\frac{-rc(T)e^{-rT}+c'(T)(1-e^{-rT})}{(1-e^{-rT})^2}-\frac{rP_d(t)e^{-rT}}{(1-e^{-rT})^2}+\frac{P'_d(t)}{1-e^{-rT}}=0$$

を得る。さらに $p(t)=rP_d(t)/(1-e^{-rT})$ とすると

$$\frac{rP_d(t)e^{-rT}}{(1-e^{-rT})^2}=\frac{p(t)e^{-rt}}{1-e^{-rT}}$$

$$P'_d(t)=p(t)e^{-rT}$$

であるから、条件

$$p(t)=\frac{rc(T)}{1-e^{-rT}}$$

$$\frac{c'(T)}{c(T)}=\frac{r}{e^{rT}-1}$$

を得る。(4)

以上のことから次の結論を得る。すなわち完全競争を仮定した場合において、$p(t)$が与えられたもとでのレンタル利潤極大化の条件から導かれるTの値に対して計算されたストック供給政策と、$p(t)$が与えられたもとでの販売利潤極大化の条件から導かれる販売政策とは一致する。但しその場合生産者に対して与えられる価格はあくまで$p(t)$であって$P_d(t)$はTに依存して決まる。したがって生産者はこの意味における価格への影響力を持つことになるが、その影響は供給量に及ぶことはない。なぜなら前節末で指摘したように需要は$p(t)$の関数であって、$P_d'(t)=p(t)e^{-rT}$は$p(t)$を一定に保つような$P_d(t)$の変化を表わすものだからである。

さて以上の結果は市場が完全競争的であるという条件に依存している。不完全競争を仮定する場合には当然結論も異なってこよう。この点を独占の場合を例として以下で検討してみよう。

(2) 独占の場合

独占市場の場合は生産者が$p(t)$に対して影響力を行使することになるのでレンタル方式の利潤は

$$\pi_R=\int_0^\infty[S(t)g(S(t))-c(T)y(t)]e^{-rt}dt$$

となる。ここで

$$p(t)=g(S(t))$$

は逆需要関数である。再び(1)式により

$$\pi_R=\int_0^\infty\left[S(t)g(S(t))-\frac{c(T)\dot{S}(t)}{1-e^{-rT}}\right]e^{-rt}dt$$

となり、条件

$$[g(S(t))+S(t)g'(S(t))]e^{-rt}-\frac{d}{dt}\left[\frac{-c(T)e^{-rt}}{1-e^{-rT}}\right]=0 \qquad (6)$$

および

$$\frac{c'(T)}{c(T)}=\frac{r}{e^{rT}-1} \qquad (7)$$

を得る。ここで $g'(S(t))=\partial g(S(t))/\partial S(t)$ である。

(6)より

$$g(S(t))+S(t)g'(S(t))=\frac{rc(T)}{1-e^{-rT}} \qquad (8)$$

あるいは需要の価格弾力性をηとして、

$$c(T)=\frac{1-e^{-rT}}{r}g(S(t))\left[1-\frac{1}{\eta}\right]$$

であり、完全競争の場合と等しい(7)により求められた最適寿命を(8)に代入して$S(t)$の最適径路を求めればよい。需要の価格弾力性を一定と仮定すれば、これから

$$S(t)=\text{constant}$$

となり、その大きさはこれと同じ費用関数をもつ多数の企業が存在する完全競争市場の場合よりも小さくなる。

ここで$P_d=p(1-e^{-rT})/r$とした場合の販売方式の利潤関数を作ってやると

$$\pi_S=\int_0^\infty\left[\frac{1-e^{-rT}}{r}g(S(t))-c(T)\right]y(t)e^{-rt}dt$$

$$=\int_0^\infty\left[-\frac{c(T)\dot{S}(t)}{1-e^{-rT}}+\frac{(1-e^{-rT})\dot{S}(t)}{r}(g(S(t))+g(S(t+T))e^{-rT}+\cdots)\right]e^{-rT}dt \qquad (9)$$

となるので、オイラー方程式は

$$\dot{S}(t)\left[g'(S(t))+g'(S(t+T))\frac{\partial S(t+T)}{\partial S(t)}e^{-rT}+g'(S(t+2T))\frac{\partial S(t+2T)}{\partial S(t)}e^{-2rT}+\cdots\right]$$

$$-\left[\dot{g}(S(t))+\dot{g}(S(t+T))e^{-rT}+\dot{g}(S(t+2T))e^{-2rT}+\cdots\right]$$

$$+r[g(S(t))+g(S(t+T))e^{-rT}+g(S(t+2T))e^{-2rT}+\cdots]=\frac{r^2c(T)}{(1-e^{-rT})^2} \tag{10}$$

となり一般的には(8)式と一致しない。したがって独占市場においてはレンタル方式と販売方式とで最適保有水準および最適寿命が必ずしも一致しない。生産量の時間径路について特定のパターンを仮定すると、その仮定に依存して異なった結果が導かれる。以下に代替的な想定の下での諸結果を示す。

(i)　生産量一定の場合（Levhari=Srinivasan のケース）

$$y(t)=y,\ \ S(t)=yT \ \text{ for } t\geqq T$$

を仮定すると販売利潤を最大にする一定の生産量 y を求める問題になる。(5)

$$\pi_S=\int_T^{\infty}\left[\frac{1-e^{-rT}}{r}g(yT)-c(T)\right]ye^{-rt}dt$$

$$=\frac{e^{-rT}}{r}\left[\frac{1-e^{-rT}}{r}g(yT)y-c(T)y\right]$$

より、必要条件

$$\frac{1-e^{-rT}}{r}[g(yT)+yTg'(yT)]-c(T)=0$$

$$\frac{1-e^{-rT}}{r}g(yT)\left[\frac{r}{e^{rT}-1}+(1+rT)y\frac{g'(yT)}{g(yT)}\right]-c'(T)=0$$

を得る。[6] したがって最適値の必要条件は

$$c(T)=\frac{1-e^{-rT}}{r}g(yT)\left[1-\frac{1}{\eta}\right] \tag{11}$$

$$c'(T)=\frac{1-e^{-rT}}{r}g(yT)\left[\frac{r}{e^{rT}-1}-\frac{1+rT}{T\eta}\right] \tag{12}$$

であるから⑾式は⑻式のレンタルの場合の条件と一致するが、⑾と⑿より

$$\frac{c'(T)}{c(T)}=\frac{\dfrac{r}{e^{rT}-1}-\dfrac{1+rT}{T\eta}}{1-\dfrac{1}{\eta}} \tag{13}$$

となる。この右辺と⑺式の右辺との差をとってみると

$$\frac{\dfrac{r}{e^{rT}-1}-\dfrac{1+rT}{\eta T}}{1-\dfrac{1}{\eta}}-\frac{r}{e^{rT}-1}=\frac{rT-(e^{rT}-1)(1+rT)}{\eta T(e^{rT}-1)\left(1-\dfrac{1}{\eta}\right)}$$

で

$$\text{分子}=rT+1-e^{rT}-rT(e^{rT}-1)$$

となっている。$1<\eta<\infty$, $e^{rT}>1+rT$ であるからどのようなTに対しても

$$\frac{\dfrac{r}{e^{rT}-1}-\dfrac{1+rT}{T\eta}}{1-\dfrac{1}{\eta}}<\frac{r}{e^{rT}-1}$$

である。他方

$$\frac{\partial}{\partial T}\left[\frac{c'(T)}{c(T)}-\frac{r}{e^{rT}-1}\right]=\frac{c''(T)c(T)+(c'(T))^2(e^{rT}-1)}{(c(T))^2}$$

であるから $c(T)$ が凸関数であれば $c'(T)/c(T)$ は $r/(e^{rT}-1)$ を下から切っていることになり、(13)式より導かれる T は(7)式より導かれる T よりも必ず小さい。したがって販売利潤を最大化しようとする独占企業は耐用年限を他の場合（完全競争下の両方式、および独占のレンタル方式）よりも短く設定することになるのである。

(ii) 一括取替の場合（Swan のケース）

$$y(0)=S(0)=S,\ \ S(t)=S \text{ for } t>0$$

$$y(t)=S(t-T),$$

$$y(t)=0 \text{ for } 0<t<T$$

を仮定すると販売利潤を最大にする S の値を求める問題になる。この場合

$$\pi_S=\left(\frac{1-e^{-rT}}{r}g(S)S-c(T)S\right)(1+e^{-rT}+e^{-2rT}+\cdots)$$

$$=\frac{g(S)S}{r}-\frac{c(T)S}{1-e^{-rT}}$$

となって、レンタル方式の場合と同一の必要条件

$$c(T)=\frac{1-e^{-rT}}{r}g(S)\left[1-\frac{1}{\eta}\right]$$

$$\frac{c'(T)}{c(T)}=\frac{r}{e^{rT}-1}$$

を得る。(7)

(iii) 逆説的な場合

$$S(t)=S(t-T)=S(t-2T)=\cdots\cdots \text{ for } t\geqq 0$$

を仮定すると販売利潤は

$$\pi_S=\int_0^\infty\left[\frac{g(S(t))}{r}\dot{S}(t)-\frac{c(T)\dot{S}(t)}{1-e^{-rT}}\right]e^{-rt}dt$$

となり

$$\frac{g'(S(t))\dot{S}(t)}{r}e^{-rT}-\frac{d}{dt}\left[\frac{g(S(t))}{r}-\frac{c(T)}{1-e^{-rT}}\right]e^{-rt}=0$$

より

$$g(S(t))=\frac{rc(T)}{1-e^{-rT}}$$

を得る。これは完全競争の場合の条件である。しかしこの仮定のもとでは $\dot{S}(t)=0$ for $t>0$ となっているから(9)式の積分は意味をもたないので、この結論は不適当である。

以上若干の例によって保有水準と生産量のパターンに対する仮定の如何によって異なる結論へと導かれる可能性のあることを示した。簡単に(i)(ii)のケースを比較してみると、先ず Levhari=Srinivasan のケースは時点Tに立って保有ストックyTで出発する場合の最適生産計画問題であると言えるが、その時の保有ストックは丁度毎年yずつ消滅するような年令構成になっていなければならない。すなわち最初の時点0からTまでにおいても同じyでの生産を行ってきていなければならず、この間$S(t)$は $S(t)=yt$ で成長している。したがってその間、価格が連続的に変化していることになる。したがって利潤関数は実は

$$\pi_S=\int_0^T\left[\frac{1-e^{-rT}}{r}g(yt)-c(T)\right]ye^{-rt}dt+\int_T^\infty\left[\frac{1-e^{-rT}}{r}g(yT)-c(T)\right]ye^{-rt}dt \tag{14}$$

とならなければならない。他方 Swan のケースにおいてはこの問題は起らないが、しかし結論はこの特殊な$y(t)$のパターンについての仮定に依存するし、このような間歇的生産を現実の生産計画と結びつけるには若干の困難を覚える。

(14)を整理すると、

$$\pi_s = \frac{1-e^{-rT}}{r} y \left[\int_0^T g(yt) e^{-rt} dt + \frac{e^{-rT}}{r} g(yT) \right] - \frac{c(T) y}{r}$$

部分積分を施すことにより

$$\pi_s = \frac{1-e^{-rT}}{r} y \left[\frac{g(0)}{r} + \frac{y}{r} \int_0^T e^{-rt} g'(yt) dt \right] - \frac{c(T) y}{r}$$

さらに弾力性一定を仮定してやると

$$\pi_s = \frac{1-e^{-rT}}{r} y \left[\frac{g(0)}{r} - \frac{1}{\eta r} \int_0^T \frac{1}{t} e^{-rt} g(yt) dt \right] - \frac{c(T) y}{r}$$

を得る。したがって

$$\frac{\partial \pi_s}{\partial y} = \frac{1-e^{-rT}}{r} \left[\frac{g(0)}{r} + \frac{y}{r} \int_0^T e^{-rt} g'(yt) dt \right]$$
$$+ \frac{1-e^{-rT}}{r} y \left[- \frac{1}{\eta r} \int_0^T e^{-rt} g'(yt) dt \right] - \frac{c(T)}{r}$$

であるから、必要条件

$$c(T) = \frac{1-e^{-rT}}{r} \left[g(0) + \left(1 - \frac{1}{\eta}\right) y \int_0^T e^{-rt} g'(yt) dt \right] \tag{15}$$

を得る。また

$$c'(T)=\frac{1-e^{-rT}}{r}\left[\frac{r}{e^{rT}-1}\left(g(0)+y\int_0^T e^{-rt}g'(yt)\,dt\right)+ye^{-rT}g'(yT)\right] \tag{16}$$

でなければならない。よって方程式

$$\frac{c'(T)}{c(T)}=\frac{\dfrac{r}{e^{rT}-1}\left[g(0)+y\displaystyle\int_0^T e^{-rt}g'(yt)\,dt\right]+ye^{-rT}g'(yT)}{g(0)+\left(1-\dfrac{1}{\eta}\right)y\displaystyle\int_0^T e^{-rt}g'(yt)\,dt} \tag{17}$$

を得る。したがって最早 y と独立に T を決定することはできない。右辺から(7)式の右辺を減じてやると

$$分子=\frac{r}{e^{rT}-1}\left(\frac{1}{\eta}\right)y\int_0^T e^{-rt}g'(yt)\,dt+ye^{-rT}(yT)$$

$$=-\frac{r}{e^{rT}-1}\left(\frac{1}{\eta^2}\right)\int_0^T \frac{1}{t}e^{-rt}g(yt)\,dt-\frac{1}{\eta T}e^{-rT}g(yT)\ <0$$

となっているので、(15)(16)を満足する y、T がもし存在するならばそのような y、T に対しては必らず(17)の右辺の方が(7)の右辺よりも小さくなっていて前の結論が成立する。

すなわち Levhari=Srinivasan のケースと Swan のケースとで異なった結論が得られるのは、いずれか一方が誤っているのではなく、$y(t)$ の径路に対して想定を行った stationarity の仮定が異なることによる。したがっていずれの仮定がより現実的であるかを吟味することも勿論重要であるが、ここでは独占市場の場合に、レンタル方式と販売方式との供給サイドにおける同値性は必ずしも成立しないという結論を提示するに留めたい。

三　維持費用と売却価額による修正

前節の理論的検討から得られるわれわれの目的に照して意味あると思われる結論は、次のことである。少くとも完全競争を前提にすれば、費用関数が規模に関して収穫一定の時、市場から与えられる耐久財のレンタル価格pに対して利潤を極大化するような耐久財の耐用年限Tが決ったとするならば、その時この耐久財の販売価格P_dは$P_d=p(1-e^{-rT})/r$になる。このP_dとTを与えられた消費者は、耐久財ストックの時間径路を耐久財による限界効用がいかなる時点においても将来所得の割引現在価値（富）の限界効用とその耐久財のサービス価格との積に等しくなるように定める。このサービス価格pは、$p=rP_d/(1-e^{-rT})$によって定まる。これは前のレンタル価格と等しい。この時、生産と消費の両サイドにおいて、P_dで販売購入するのとpのレンタルで利用するのとでは同じ需要量を導くことになる。

このモデルが適切であるか否かを自動車を例にとって実証的見地から検討してみよう。

同じ年次に生産された同じ型式の自動車は同じ耐久性と同じ価格をもつと考えてよかろう。この自動車のn年後の中古価格をP_nとすれば、n年後にこの車を買えば$(T-n)$年で買い替えなければならないから、耐用年限が$(T-n)$年であるのと同じことになる。

$$p=\frac{rP_n}{1-e^{-r(T-n)}}$$

であるから任意のm, $n<T$に対して

表1　型式別中古車価格

型　式	クラウン2000，４ドアDX MS 60 KD			セドリック2000，４ドアDX 230QMTF		
製造年	47	48	49	47	48	49
50	685	790	970	665	800	925
51	595 (563)	725 (687)	985 (933)	640 (606)	805 (762)	935 (885)
52	460 (426)	565 (524)	820 (760)	480 (445)	625 (579)	765 (709)
53	335 (321)	440 (422)	665 (638)	390 (374)	515 (494)	645 (619)
54	275	390	580	325	440	560

各年とも７月時の価格（単位：1000円）
（　）内は50年価格換算
シルバーブック中古車価格表より

$$\frac{rP_m}{1-e^{-r(T-m)}}=\frac{rP_n}{1-e^{-r(T-n)}}$$

となる。また

$$P_m-P_n=p\frac{e^{-r(T-n)}-e^{-r(T-m)}}{r}$$

であるから任意の n に対して

$$\frac{P_n-P_{n+1}}{P_{n-1}-P_n}=\frac{e^{-r(T-n-1)}-e^{-r(T-n)}}{e^{-r(T-n)}-e^{-r(T-n+1)}}$$

$$=e^r \quad \text{（定数）}$$

となっているはずである。そこで中古車価格を検討してみると**表1**および**表2**のようになりこの関係が成立しているとは断定し難い。むしろこの**表1**から読みとれることは P_{n+1}/P_n の値がほぼ定数となることで，この値は

平均＝0.838，分散＝5.63×10^{-3}，レンジ＝0.25

となっていることにより

$$P_n=P_0e^{-0.177n}$$

という関係が成立していると思われることである。

表１続き

コロナ 1600, 4ドアDX RT81DK TT100RDF			ブルーバード1600, 4ドアDX 610 WT		
47	48	49	47	48	49
450	605	660	450	530	640
420 (398)	585 (554)	650 (616)	425 (402)	515 (488)	635 (606)
310 (287)	510 (473)	570 (528)	310 (287)	390 (361)	510 (473)
245 (235)	405 (389)	495 (475)	220 (211)	305 (293)	430 (413)
205	315	405	175	260	345

この観察にもとずいて前節の消費計画問題を修正してみよう。前節のはじめで示した消費者の予算制約式は

$$\int_0^\infty [C(t)P_c(t)+I(t)P_d(t)]e^{-rt}dt=W$$

であって、そこでは耐久財の老朽化に伴う運転費用の増大および転売価額の低下を考慮していない。消費者の耐久財の購入によって蒙る全支出をRとすると

R＝（購入価格）＋（耐用期間中の総運転費用）－（売却価格）

であり、したがってそれは耐用年数Tの関数となる。これをすべて購入時点へと割引率rで割り戻して考えることにすれば、予算制約式

$$\int_0^\infty [C(t)P_c(t)+I(t)R_t(T)]e^{-rt}dt=W$$

表２　47年車の価格系列より

	クラウン	セドリック	コロナ	ブルーバード
$\frac{P_4-P_5}{P_3-P_4}$	1.5	2.7	2.1	2.4
$\frac{P_5-P_6}{P_4-P_5}$	0.77	0.44	0.47	0.67

を得る。前節同様tに関しては変化しないものと仮定すれば、最適消費のオイラー方程式

$$U_{s(t)}=\lambda\frac{rR(T)}{1-e^{-rT}}$$

および

$$\frac{R'(T)}{R(T)}=\frac{r}{e^{rT}-1}$$

を得る。購入後k年の運転費用を$c(k)$、売却価格を$P_s(k)$とすれば

$$R(T)=P_d-P_s(T)e^{-rT}+\int_0^T c(k)e^{-rk}dk$$

となる。中古車価格その他の観察に基いて

$$P_s(k)=P_d e^{-\theta k} \qquad \theta>0$$

$$c(k)=c_0 e^{\beta k} \qquad \beta>0$$

と特定化すれば

$$R(T)=P_d(1-e^{-(r+\theta)T})+c_0\frac{e^{-(r-\beta)T}-1}{\beta-r}$$

を得る。これにより

$$R'(T)=[(r+\theta)P_d e^{-\theta T}+c_0 e^{\beta T}]e^{-rT}$$

表 3

車令	月間走行粁	実動率	調整済走行経費	調整済整備経費	年間費用
0	1,203	80.8	148,038	19,453	167,491
1	1,387	82.2	153,705	49,964	203,669
2	1,202	79.8	165,046	52,506	217,552
3	1,026	78.9	169,534	68,974	238,508
4	1,048	74.9	180,359	69,129	249,488
5 以上	900	72.6	172,472	80,068	252,540
全車平均	1,089	77.3	166,236	64,653	230,889

であるから方程式

$$rP_d(1-e^{-(r+\theta)T})+rc_0\frac{e^{(\beta-r)T}-1}{\beta-r}$$

$$=[(r+\theta)P_de^{-\theta T}+c_0e^{\beta T}](1-e^{-rT})$$

を得る。これより

$$P_d[r-e^{-\theta T}(r+\theta-\theta e^{-rT})]=\frac{c_0}{\beta-r}[r-e^{\beta T}(r-\beta+\beta e^{-rT})]$$

となっていなければならない。したがって消費者はこの式により、与えられたP_d、c_0、θ、β、rに基いて最適取替間隔Tを決定し、そのTによって計算される$R(T)$に対して耐久財の需要を決めることになる。P_d、c_0、βの情報はこの耐久財の市場より、θの情報は中古車の市場より、rの情報は資本市場より与えられる。

表3に基いてβを推定してみると

$$c(k)=c_0e^{0.106k}$$

となり、

昭和50年平均新車価格　1106400円

年間運転費用初期値　167000円

$$\theta=0.177 \quad \beta=0.106 \quad r=0.07$$

としてTの値を求めてみると

$$T=5.513 \qquad p=402573$$

となる。かくしてわれわれは前節の需要関数

$$S=f(p)$$

にかわる新しい需要モデルを得ることになる。この関数の計測が次の課題となる。

四　自動車需要関数の計測（以下次号）

（1）この命題は実証的見地からの証明を要する。しかし本稿ではこの証明を完了するに至っていない。

（2）この定式化は Parks 〔2〕から借用した。

（3）ゼロでなくともtに関して一定であれば以下の議論はそのまま成立する。

（4）この条件は別の定式化のもとで Levhari=Srinivasan 〔1〕および Swan 〔3〕の導出したものと同一である。

（5）Levhari=Srinivasan のオリジナルなケースではこの仮定が $t \geqq 0$ に対してとられている。しかし後に見るようにこれは明らかに誤りであり、同様の結論を導こうと思えばこのように仮定するのが正しい。

（7）この条件は Levhari=Srinivasan のオリジナルなケースのものと若干異なる。その理由は $0 \leqq t \leqq T$ における彼らの定式化が誤りを含んだものであることによる。

（6）この条件およびレンタル方式と販売方式の同値性という結論は Swan のオリジナルなケースと全く同一である。

〔1〕 Levhari, D. and Srinivasan, T. N., "Durability of Consumption Goods", *American Economic Review*, 1969, 59, 102—07.

〔2〕 Parks, R. W., "The Demand and Supply of Durable Goods and Durability", *American Economic Review*, 1974, 64, 37—55.

〔3〕 Swan, P. L., "Durability of Consumption Goods", *American Economic Review*, 1970, 60, 884—94.