研究ノート

CBAモデルと下部構造投資の評価について（一）

小林秀徳

はじめに

インフラ（infrastructure）投資のプロジェクト評価において用いられる費用便益分析（Cost-Benefit Analysis, 以下CBA）は、便益の実際的な計測が隘路となることが一般に知られている。このことは単にプロジェクトの採否をformalな経済モデルに関わらしめて決定しようとする目論見を挫折せしめるばかりでなく、インフラ使用料金の算定根拠を単なる制度的取り決めにではなく理論的に基礎付けようとする際に多大の不便を生ぜしめる。本ノートはインフラ投資プロジェクト評価のためのCBAの代替的モデルを検討する[1]ことによって、この不便を解消する方策を求めようとするものである。

（1）プロジェクト評価のためのCBAというからにはそれは実践的に意味ある形に定式化されていなければならない。すなわち手段規範的言明を含まなければならないし、その言明が実践的意義を獲得するためには、より一層理論的

なものでなければならない。

一　基本モデル

第i消費者の第j財の消費量をx^i_jで表わす。第i企業の第j財の生産量をy^i_j、第j資源の使用量をz^i_jで表わす。R^mからR^1への関数$u^i(x^i)$を第i消費者の効用、R^{m+r}からR^1への関数$f^i(y^i,\ z^i)$を第i企業の生産技術と呼ぶ。u^i, f^iは必要に応じ望ましい性質（凹、凸、連続微分可能）をすべて具えているものとする。

$$x^i=\begin{pmatrix}x^i_1\\ \vdots\\ x^i_m\end{pmatrix},\quad y^i=\begin{pmatrix}y^i_1\\ \vdots\\ y^i_m\end{pmatrix},\quad z^i=\begin{pmatrix}z^i_1\\ \vdots\\ z^i_r\end{pmatrix},\quad u(x)=\begin{pmatrix}u^1(x^1)\\ \vdots\\ u^n(x^n)\end{pmatrix}$$

この時、各々$r\times1$, $n\times1$ベクトルR、νを所与として、最大値問題：

$$\begin{aligned}&\max.\ \nu^T u(x)\\ &\text{s.t.}\quad f^i(y^i,\ z^i)\leqq0 &&\text{for } i=1,\cdots\cdots,\ p\\ &\qquad \sum_{i=1}^{n}x^i\leqq\sum_{i=1}^{p}y^i\\ &\qquad \sum_{i=1}^{p}z^i\leqq R\\ &\qquad x^i\geqq0,\ y^j\geqq0,\ z^j\geqq0 &&\text{for all } i,\ j\end{aligned}$$

が一意の解をもつものとすれば、各々$m\times1$, $r\times1$ベクトルλ、πをラグランジェ乗数として

$$\phi=\nu^T u(x)-\lambda^T\left[\sum_{i=1}^{n}x^i-\sum_{i=1}^{p}y^i\right]-\sum_{i=1}^{n}\mu^i f^i(y^i,\ z^i)-\pi^T\left[\sum_{i=1}^{p}z^i-R\right]$$

とする時、最適解 $(x^*,\ y^*,\ z^*,\ \lambda^*,\ \mu^*,\ \pi^*)$ は次の条件を満足することが必要である。

$$\text{(i)}\quad x_j^{i*}>0 \longrightarrow \nu_i u^i_{x^i_j}(x^{i*})-\lambda_j^*=0$$

$$\text{(ii)}\quad y_j^{i*}>0 \longrightarrow \lambda_j^*-\mu_i^* f^i_{y^i_j}(y^{i*},\ z^{i*})=0$$

$$\text{(iii)}\quad z_j^{i*}>0 \longrightarrow -\mu_i^* f^i_{z^i_j}(y^{i*},\ z^{i*})-\pi_j^*=0$$

$$\text{(iv)}\quad \lambda_j^*>0 \longrightarrow \sum_{i=1}^{n} x_j^{i*}-\sum_{i=1}^{p} y_j^{i*}=0$$

$$\text{(v)}\quad \mu_i^*>0 \longrightarrow f^i(y^{i*},\ z^{i*})=0$$

$$\text{(vi)}\quad \pi_j^*>0 \longrightarrow \sum_{i=1}^{p} z_j^{i*}-R_j=0$$

仮定により $y_j^{i*}>0$ となる i に対しては $(y^{i*},\ z^{i*})$ の近くで

$$\frac{\partial y_j^i}{\partial z_k^i}=-\frac{\dfrac{\partial f^i}{\partial z_k^i}}{\dfrac{\partial f^i}{\partial y_j^i}}$$

であるから

$$\frac{\partial y_j^{i*}}{\partial z_k^{i*}}=-\frac{-\pi_k^*/\mu_i^*}{\lambda_j^*/\mu_i^*}=\frac{\pi_k^*}{\lambda_j^*}$$

故に、任意の $y_j^{i*}>0$ に対して、$k\neq j$ については $dy_k^i=0$ とすれば

$$dy_j^{i*}=\sum_{k\in J_i}\frac{\pi_k^*}{\lambda_j^*}dz_k^{i*} \tag{1}$$

但しインデクス集合 $J_i=\{j : z_j^{i*}>0\}$ である。

したがって第 i 企業が効率的生産編成をもち第 j 財の生産を行う場合には、社会的最適の必要条件として

$$\lambda_j^* \quad = \quad \sum_{k\epsilon J_i} \pi_k^* \quad (dz_k^{i*} \ / \ dy_j^{i*}) \qquad (2)$$

（生産物価格）＝Σ（資源価格）×（限界的資源使用量）

すなわち（価格）＝（限界費用）が成り立っていなければならない。

他方(i)より　$x_j^{i*}>0$ なる任意の j に対して

$$\cdots=\nu_i u^i_{x_j^i}(x^{i*})=\cdots=\nu_k u^k_{x_j^k}(x^{k*})=\cdots=\lambda_j^*$$

すなわち（消費者の限界評価）＝（価格）、また ν_i を第 i 消費者の所得の限界効用 α_i^* の逆数と等しくとれば、$x_j^{i*}>0$ なる任意の i に対して

$$\cdots=\frac{u^i_{x_j^i}(x^{i*})}{\lambda_j^*}=\cdots=\frac{u^i_{x_k^i}(x^{i*})}{\lambda_k^*}=\cdots=\alpha_i^*$$

すなわち（限界効用）＝（所得の限界効用）×（価格）が成り立たなければならない。このことは一人の消費者についてみれば各財にわたっての限界効用の均等、一つの消費財についてみれば各人にわたっての限界評価の均等という厚生経済学の伝統的定理の教えるところと等しい結果を意味する。

ところで $W=\nu^T u(x^*)$ とおけば、解の一意性が仮定されているので W は R と ν の関数となる。ここで ν を所与として

$$W=W(R)$$

と書くことにする。しかるに、(i)より

$$dW=\sum_i\sum_j\lambda_j^* dx_j^{i*}$$

(iv)より $\lambda_j^*>0$ に対しては $\sum_i dx_j^{i*}=\sum_i dy_j^{i*}$

(1)より $\sum_i \lambda_j dy_j^{i*}=\sum_i\sum_k \pi_k^* dz_k^{i*}$

(vi)より $\pi_j^*>0$ に対しては $\sum_i dz_k^{i*}=dR_k$ であるから

$$\frac{\partial}{\partial R}W(R)=\pi^*$$

を得る。仮定により効用は凹な増加関数であるからπ^*はRの大旨（最適解のインデクス集合が変化しない範囲で）なめらかな減少関数となる。

（数値例）

$$\max.\ \ \ln x_1^{0.2}x_2^{0.3}x_3^{0.1}x_4^{0.25}x_5^{0.15}$$

$$\begin{aligned}
\text{s.t.}\quad & x_1+x_3\leqq y_1\\
& x_2+x_4+x_5\leqq y_2\\
& y_1-0.1z_1^{0.75}z_2^{0.25}\leqq 0\\
& y_2-0.2z_3^{0.5}z_4^{0.5}\leqq 0\\
& z_1+z_3\leqq 500\\
& z_2+z_4\leqq 300
\end{aligned}$$

を解くと

$$\begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ W \\ x_1^* \\ x_2^* \\ x_3^* \\ x_4^* \\ x_5^* \\ \pi_1^* \\ \pi_2^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 \\ 300 \\ 2.378 \\ 20.30 \\ 11.24 \\ 10.15 \\ 9.368 \\ 5.621 \\ 0.590 \\ 0.483 \end{pmatrix}$$

となり $\pi_1^*=\pi_1^*(R_1)$ の $300 \leqq R_1 \leqq 700$ の範囲におけるグラフは図1のようになる。同じく $W=W(R_1)$ は図2のようになる。

(以上の計算およびグラフの作成には本学計算機センター、OSIV/X8 を用いた。)

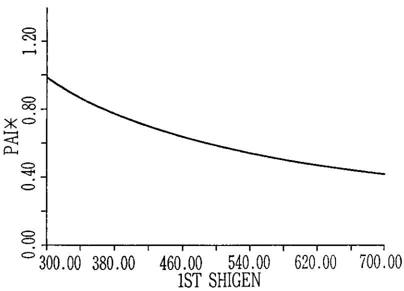


図1

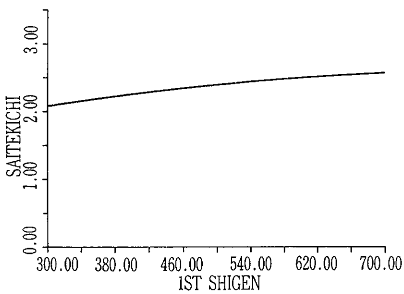


図2

二　企業のCBA

前節における全体最適のための条件(2)は、企業における自らの生産技術を制約とした利益最大化という個別的

意思決定によって満たすことができる。生産物価格$\boldsymbol{\lambda}$と資源価格$\boldsymbol{\pi}$とが与えられた時、任意の企業の最適化問題が、

$$\max.\ \boldsymbol{\lambda}^T\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\pi}^T\boldsymbol{z}$$
$$\text{s.t.}\ f(\boldsymbol{y},\boldsymbol{z})\leqq 0 \qquad (4)$$
$$\boldsymbol{y}\geqq 0,\ \boldsymbol{z}\geqq 0$$

で表わされ、これが一意の解をもつものとすれば、ラグランジュ乗数をμとして、最適解（$\boldsymbol{y}^*$, $\boldsymbol{z}^*$, μ^*）は次の条件を満たす。すなわち

$$[\lambda_j-\mu^* f_{y_j}(\boldsymbol{y}^*,\boldsymbol{z}^*)]\boldsymbol{y}_j^*=0,\ \boldsymbol{y}_j^*\leqq 0,\ \lambda\leqq\mu\leqq\mu^* f_{y_j}(\boldsymbol{y}^*,\boldsymbol{z}^*)$$
$$[-\pi_k-\mu^* f_{z_k}(\boldsymbol{y}^*,\boldsymbol{z}^*)]\boldsymbol{z}_k^*=0,\ \boldsymbol{x}_k^*\geqq 0,\ \pi\geqq-\mu^* f_{z_k}(\boldsymbol{y}^*,\boldsymbol{z}^*)$$
$$\mu^* f(\boldsymbol{y}^*,\boldsymbol{z}^*)=0,\ \mu^*\geqq 0,\ f(\boldsymbol{y}^*,\boldsymbol{z}^*)\leqq 0$$

したがって $\mu^*>0$ のとき、$\boldsymbol{i}\neq\boldsymbol{j}$ に対しては $d\boldsymbol{y}_i^*=0$, $\boldsymbol{z}_k^*=0$ に対しては $d\boldsymbol{z}_k^*=0$ とすれば、

$$\lambda_j d\boldsymbol{y}_j^*=\sum_k \pi_k d\boldsymbol{z}_k^*$$

となり、企業の意思決定ルールとしての（価格）＝（限界費用）が導かれる。これが社会的にみても効率的である所以は、価格ベクトル（λ, π）として最適価格（λ^*, π^*）を与えてやれば条件(2)が満たされることにより明らかである。

しかし以上は企業行動のモデルとしてはナイーブに過ぎる。多くの場合、企業が投入資源を他の企業と競合する市場がいずれの資源についても開かれていると仮定することはできない。すなわち資源価格π_j^*で企業が自ら望

ましいと思う量z_j^*を必ず調達できるとは考えない方がより現実的である。このような意味で今第1資源が企業にとって調達し得る上限Z_1をもつものとしよう。これにより最大値問題(4)は次のように書き直される。

$$\begin{aligned}
&\text{max.} && \sum_{j=1}^{m}\lambda_j y_j-\sum_{k=1}^{r}\pi_k z_k \\
&\text{s. t.} && f(y_1,\cdots\cdots,\ y_m,\ z_1,\cdots\cdots,\ z_r)\leqq 0 \qquad\qquad (5)\\
& && z_1\leqq Z_1 \\
& && y_j\geqq 0,\ z_k\geqq 0 \qquad\qquad \text{for all } j,\ k
\end{aligned}$$

ここで $f(y,\ z)=0$ の陰関数を

$$z_1=g(y_1,\cdots\cdots,\ y_m,\ z_2,\cdots\cdots.\ z_r)$$

とすると、

$$\frac{\partial g}{\partial y_j}=-\frac{\dfrac{\partial f}{\partial y_j}}{\dfrac{\partial f}{\partial z_1}},\quad \frac{\partial g}{\partial z_k}=-\frac{\dfrac{\partial f}{\partial z_k}}{\dfrac{\partial f}{\partial z_1}}$$

であるから、(5)の解の満たすべき条件

$$\left\{\lambda_j-\pi_1\frac{\partial g}{\partial y_j}-\mu^*\left[\frac{\partial f}{\partial y_j}+\frac{\partial f}{\partial z_1}\cdot\frac{\partial g}{\partial y_j}\right]-\omega^*\frac{\partial g}{\partial y_j}\right\}\cdot y_j^*=0$$

$$\left\{-\pi_k-\pi_1\frac{\partial g}{\partial z_k}-\mu^*\left[\frac{\partial f}{\partial z_k}+\frac{\partial f}{\partial z_1}\cdot\frac{\partial g}{\partial z_k}\right]-\omega^*\frac{\partial g}{\partial z_k}\right\}\cdot z_k^*=0$$

$$\mu^* f(y^*,\ z^*)=0$$

$$(z_1^*-Z_1)\omega^*=0$$

は、μ^*が正の値をもつならば、条件

$$\left[\lambda_j-(\pi_1+\omega^*)\frac{\partial g}{\partial y_j}\right]\cdot y_j^*=0$$

$$\left[-\pi_k-(\pi_1+\omega^*)\frac{\partial g}{\partial z_k}\right]\cdot z_k^*=0$$

$$[g(y_1^*,\cdots,\ y_m^*,\ z_2^*,\cdots,\ z_r^*)-Z_1]\omega^*=0$$

但し　$g=g: f(y_1,\cdots,\ y_m,\ g(y_1,\cdots,\ y_m,\ z_2,\cdots,\ z_r),\ z_2,\cdots z_r)\equiv 0$

と同値である。したがって(5)は特定資源制約付きの利益最大化問題：

$$\begin{aligned}&\max.\ \sum_{j=1}^{m}\lambda_j y_j-\sum_{k=1}^{r}\pi_k z_k\\ &\text{s.t.}\quad g(y_1,\cdots,\ y_m,\ z_2,\cdots,\ z_r)\leqq Z_1 \qquad (6)\\ &\qquad\ \ y_j\geqq 0,\ z_k\geqq 0\ \text{for all}\ j,\ k.\end{aligned}$$

但し　$z_1=g(y_1,\cdots,\ y_m,\ z_2,\cdots,\ z_r)$

と同じ解を与える。この時の企業の意思決定ルールは

$$dy_j^*=\frac{\pi_1+\omega^*}{\lambda_j}dz_1^*+\sum_k\frac{\pi_k/(\pi_1+\omega^*)}{\lambda_j/(\pi_1+\omega^*)}dz_k^*$$

より

$$\lambda_j=(\omega^*+\pi_1)(dz_1/dy_j)+\sum_k \pi_k(dz_k/dy_j)$$

となり、ω^*は第1資源に対してこの企業が賦す潜在価格（shadow price)ということになる。第1資源に対する市場の評価π_1^*がいかなるものであれ、この資源についての実効的制約を有する企業にとって生産物の価格と等置すべき限界費用計算において第1資源はこの潜在価格ω^*の分だけ高く評価されなければならない。さらに、

(1)　最大利益を　$p^*=\sum_{j=1}^{m}\lambda_j y_j^*-\sum_{k=1}^{r}\pi_k z_k^*$　とする時

$$dp^*=\omega^* dZ_1$$

であるから、この潜在価格はすべての資源が最適に投入されていることを必要な前提として、第1資源の限界的1単位の追加がもたらす利益の増加として把握することができる。

(2)　企業の意思決定ルールは、表現を替えれば

$$\lambda_j dy_j^*-\omega^* dz_1^*=\sum_k \pi_k dz_k^*$$

とも表わされ、第1資源を資本と考えれば左辺は $\lambda_j dy_j^*$ という収益増分から最適利潤 $\omega^* dz_1^*$ を控除したものになり、これと資源価格で評価された資源費用を均等させる、すなわち

（価格）－（限界利潤率）＝（限界費用）

の形になる。

(3)　最も普通に見られる第1資源の例は、資本ストックからのサービスであり、投入資源としての資本サービスの利用可能量は資本ストックのある関数によって制約されている。企業におけるプロジェクト計画はこの種の

制約に対する働きかけであり、したがってプロジェクトの直接的アウトプットは生産物の増加Δyではなくして、制約の緩和ΔZである。但し、このZは資本量である必要はなくその任意の関数であってよい。例えば、航空会社が保有する航空機の数は任意の単位で資本ストック量として表わすことができるが、航空サービス生産のための一つの制約としては、単位時間当り就航可能なフライト数の上限となって現われるであろう。したがって資本量の増加がどのように制約を緩めるかは、ΔZの生産関数に依るのである。

上の例では、z_1は実際の便数（決定変数）、Zは保有機数による便数の上限、π_1は空港使用料の便数比例部分と考えればよい。路線を所与とすれば、Zは保有機数Sの関数として表わされる（$Z=Z(S)$）。航空機の耐用年数をTとし、購入費用を1機当り$P(t)$とすれば、t時点における新機購入プロジェクトの費用$C(t)$は、T年毎の取替を考慮して、

$$C(t)=\sum_{n=0}^{\infty}P(t+nT)\dot{S}(t)e^{-rnT}$$

となる。ストックの購入費用は、資金をどのように調達するかに拘らず、先の利益p^*の長期にわたる総額のなかから支払われることになるので、適切な割引率rを与えれば、任意の期間（t_1-t_0）における純利益は、

$$V=\int_{t_0}^{t_1}[p^*-C(t)]e^{-rt}dt$$

で表わされる。以下ではt_0, S^0が与えられるものとし、$S(t_0)=S^0$, $S(t_1)=S^1$としてt_1, S^1が自由な可変端点問題を考えよう。これは、

$$F(S,\ \dot{S},\ t)=[p^*(z(S))-\sum_{n=0}^{\infty}P(t+nT)\dot{S}(t)e^{-rnT}]e^{-rt}$$

とする時、汎関数：

$$V=\int_{t_0}^{t_1}F(S,\ \dot{S},\ t)dt$$

を最大にする許容曲線 (admissible curve) $S^*(t)$ を求める問題となり、$S^*(t)$ は次の条件を満たすことが必要である。すなわち

① オイラー方程式 (Euler's equation)：

ほとんどすべての点で

$$F_s=\frac{d}{dt}F_{\dot{s}}$$

② 横断条件 (Transversality condition)：

$$F_{\dot{s}}\delta S(t_1)+(F-F_{\dot{s}}\dot{S})dt_1=0$$

したがって①より

$$\frac{\partial p^*}{\partial Z}\frac{dZ}{dS}e^{-rt}=\frac{d}{dt}\left[-\sum_{n=0}^{\infty}P(t+nT)e^{-r(t+nT)}\right]$$

よって

$$\frac{\partial p^*}{\partial Z}\frac{dZ}{dS}=\sum_{n=0}^{\infty}[rP(t+nT)-\dot{P}(t+nT)]e^{-rnT} \qquad (7)$$

を得る。以下では $P(t)$ は外生的に与えられるものとし、(i) $P(t)=P_0$ の場合、および (ii) $P(t)=P_0e^{\theta t}$ の場合を検

討する。

(i)　$P(t)=P_0$ の時

(7)の右辺は必らず収束して無限等比級数の和になる。また(4)より $\partial p^*/\partial Z=\omega^*$ であるから、(7)は

$$\omega^*\frac{dZ}{dS}=\frac{rP_0}{1-e^{-rT}}$$

となる。すなわち限界的プロジェクト（ΔZ, ΔS）を考えた時、最適径路上では

$$\omega^*\Delta Z=\frac{rP_0}{1-e^{-rT}}\Delta S \tag{8}$$

が成り立っていなければならない。もし

$$\omega^*\Delta Z>\frac{rP_0}{1-e^{-rT}}\Delta S$$

なら、$\omega^* dZ/dS$ が S の減少関数であることを条件として[2]、このプロジェクトの採用が提言される。この時、

$$\mathrm{NPV}\overset{def.}{=}\frac{\omega^*}{r}\Delta Z-\frac{P_0}{1-e^{-rT}}\Delta S$$

を「便益の純現在価値」、

$$\mathrm{BCR}\overset{def.}{=}\frac{\omega^*(1-e^{-rT})}{rP_0}\cdot\frac{\Delta Z}{\Delta S}$$

を「便益費用比率」、

$$\mathrm{IRR} \stackrel{def.}{=} r^* : \frac{r^*}{1-e^{-r^*T}} = \frac{\omega^*}{P_0} \cdot \frac{\Delta Z}{\Delta S}$$

を「内部収益率」という。

ここで注目すべきは、①NPVの第1項すなわち費用ではなく便益が資源の潜在価格で評価されるべきこと、および②この潜在価格はSの増加によって低下するとしても、プロジェクト（ΔZ, ΔS）の採否の時点でのSの値に依存したω^*の値で測定せられるべきこと、そしてそれは③その値での無限の流列として総計されるべきこと、である。さらにIRRの方程式の左辺をr^*で微分すると

$$\frac{1-(1+r^*T)e^{-r^*T}}{[1-e^{-r^*T}]^2} \tag{9}$$

となり、この分子を$f(r^*)$とすれば

$$f'(r^*) = r^*T^2e^{-r^*T}$$

$$f(0) = 0$$

より、$r^*>0$に対して$f(r^*)>0$となるから、(9)は正となり、任意の$r<r^*$に対して

$$\frac{r}{1-e^{-rT}} < \frac{\omega^*}{P_0} \cdot \frac{\Delta Z}{\Delta S}$$

となる。すなわち④IRRよりも小なる割引率が適用されるなら必らずNPVが正となるのである。さらに一層

重要なことは、以上のプロジェクト評価基準はすべて⑤動学的最適性の必要条件（Euler's equation）から直接的に導かれたものである、という点である。すなわち NPV の値は、プロジェクト（ΔZ, ΔS）の有利性の測度としてよりは、NPV＞0がその時点における$S(t)$が最適径路から下側にはずれていることを表わしているという点においてのみ意味をもつ（BCR, IRR についても同様）。

しかも(8)が最適性の条件を表わすものであるためにはΔSは十分（ω^*の値を有意に変化させない程度）に小さなものでなければならない一方、その小さなΔSに対して NPV＞0 が得られるなら、その時に採用が提言されるプロジェクトの規模はこの小さなΔSに限定されるものではない。すなわち動学的効率を考慮してプロジェクトの最適規模を決定しようとする場合には、$Z=Z(S)$ のもとで

$$\xi^*=\xi : \omega^*[Z(S+\xi)-Z(S)]=\frac{rP_0}{1-e^{-rT}}\xi$$

を求めるという方法では適切でない。プロジェクトの最適規模ξ^*の決定については次の二通りの方法が考えられる。

(ア) 適切な減少数列 $\{\xi_n\}$ に対して

$$S_{n+1}=S_n+\xi_n,\quad \omega_n^*=\omega^*(Z_n),\quad Z_n=Z(S_n)$$

とする。

$$\mathrm{NPV}(\xi_0)=\frac{\omega_0^*}{r}(Z_1-Z_0)-\frac{\xi_0 P_0}{1-e^{-rT}}>0$$

の時、

$$\mathrm{NPV}(\xi_{n-1})>0 \text{ かつ } \mathrm{NPV}(\xi_n)=0$$

なら

$$\xi^*=\sum_{k=0}^{n}\xi_k$$

(イ)　任意の $\varepsilon>0,\ |\eta|<\varepsilon$ に対して

$$\frac{\omega^*(Z(S))}{r}[Z(S+\eta)-Z(S)]-\frac{P_0}{1-e^{-rT}}<0$$

の時、

$$\xi^*=\xi:\frac{\omega^*(Z(S+\xi))}{r}[Z(S+\xi+\eta)-Z(S+\xi)]-\frac{\eta P_0}{1-e^{-rT}}=0$$

仮定により ω^*dZ/dS はSの減少関数であり、十分大きなSに対しては $\omega^*=0$ であるから、このようなξ^*は(ア)、(イ)いずれの方法によっても必らず求めることができる。

以上の点は、従来のプロジェクト評価論や通常のＣＢＡの理論で明示的に取扱われていないので、さらに解説しておく必要がある。

所謂ＣＢＡによる意思決定の手続は次のようなものである。すなわち

①　プロジェクトを所与とせよ。

②　with-without の差を便益とよ。

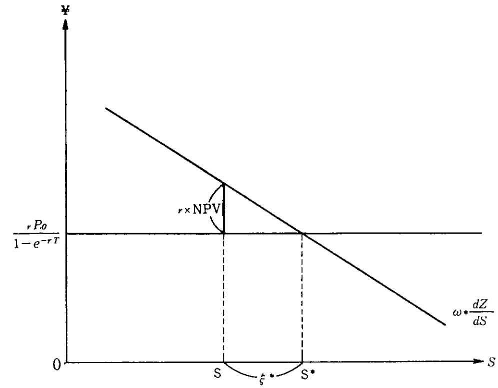
③ 便益を適当な割引率で資本化せよ。

④ ③とプロジェクト費用を用いて、

NPV>0 ないし BCR>1 ないし IRR>r ならプロジェクトを採用せよ。

であって、この手続のエッセンスは②にある。つまり、所与のプロジェクトξに対して

$$\underbrace{\omega^*(Z(S))\cdot[Z(S+\xi)-Z(S)]}_{\text{便　益}}=\underbrace{p^*(Z(S+\xi))}_{\text{with } p.}-\underbrace{p^*(Z(S))}_{\text{without } p.}$$



とするところにある。しかしこの式の等号を主張するためにはξは十分小さなものでなければならず、その結果、この手続の適用範囲は限界的なプロジェクトに限定され、それ故に $\omega^*(Z(S+\xi))\doteqdot\omega^*(Z(S))$ となって、動的最適化のためのプロジェクト計画の手続としては、①～④では甚だ不十分なものとなる。

非限界的プロジェクトの評価のためには、このCBA手続は既述の(ア)ないし(イ)によって補われなければならない。そこではCBAによる限界的プロジェクトの評価手続①～④はすくなくとも2回実施され、区間$[S, S+\xi^*]$におけるn回（$n\geqq 2$）のCBAにおいて、

(a) NPV>0 は ξ^* の許容性

(b) NPV=0 は ξ^* の最適性

を表わすことになる。

このようにプロジェクト計画を含めてCBAを考える時、次のようなケースはさらに重要な示唆を与える。

(ii) $P(t)=P_0e^{\theta t}$ の時 $(\theta>0)$

$\dot{P}(t)=\theta P_0e^{\theta t}$ となるから(7)式に代入して、

$$\omega^*\frac{dZ}{dS}=\frac{(r-\theta)P_0e^{\theta t}}{1-e^{-(r-\theta)T}}$$

を得る。(8)の符号から明らかなように $r/(1-e^{-rT})$ は r の増加関数であるから

$$\frac{r}{1-e^{-rT}}>\frac{r-\theta}{1-e^{-(r-\theta)T}}$$

である。また $r/(1-e^{-rT})$ の r 弾力性は

$$1-\frac{rT}{e^{rT}-1}$$

であるから

$$\frac{r-\theta}{1-e^{-(r-\theta)T}}\doteqdot\left[1-\frac{\theta}{r}+\frac{\theta T}{e^{rT}-1}\right]\frac{1-e^{-rT}}{r}$$

となり、$0\leqq\tau\leqq t$ に対して

$$\frac{P_0}{1-e^{-rT}}>\frac{(r-\theta)P_0e^{\theta\tau}}{1-e^{-(r-\theta)T}}$$

となる。但し

$$t=-\frac{1}{\theta}\ln\left[1-\frac{\theta}{r}+\frac{\theta T}{e^{rT}-1}\right]$$

である。したがってこれより前の時点において前節のプロジェクト計画の手続がとられるならば、(i)と同じ$S(\tau)<S^*$に対して必ず

$$\xi^*_{(i)}<\xi^*_{(ii)}$$

となり、より多くのストックが保有されることになる。しかし明らかにこれは正しいプロジェクト計画ではない。$P(t)$についてこのような径路が与えられた場合には、$\lambda(t)$, $\pi(t)$の想定をも合わせ考え、i時点以降の過剰ストックを解消するような別の（Zに対する働きかけ以外の）プロジェクトが企画されなければならない。

唯一同じ手続が適用できる例外ケースは、$\lambda(t)=\lambda_0 e^{\theta t}$, $\pi(t)=\pi_0 e^{\theta t}$ の場合、すなわちすべての価格が同じ率で成長する場合であって、この場合明らかに(i)よりは多くのストックを保有することになるが、過剰ストックは生じない。

以上では企業のＣＢＡをモデル分析することにより、比較的便益概念に疑義のないケースにおいて、ＣＢＡの意義とそれを現実に役立てる手続のありようを検討してきた。文脈を整理すれば次のようになる。すなわち

生産物市場が完全競争的であるような比較的良好のケースにおいてさえ、企業は投入資源のいくつかについて投入量の上限という形での制約を持ち得る。その場合に該資源はこの企業独自の潜在価格を有することになると

同時に、この制約を緩和する努力に対する誘因を用意する。この企業独自の努力をプロジェクト計画と呼ぶことにすれば、プロジェクトの便益はここに言う潜在価格によって評価される。最も考え得るケースではプロジェクトに投入されるその他の資源は資本として長期にわたって拘束される。したがって企業は、プロジェクトの計画と評価の現場において、いかほどの資本ストックを保有し、そうすることによって資源制約をどの程度ゆるいものとすればよいか、という本質的な問に直面することとなる。これに答えるための助けとなるものがCBAメソッドないしプロジェクト評価体系と呼ばれるものであるとすれば、それは問題の性質上、動学的最適性に帰属させて論ぜられなければならない。その際、本節で明らかにされたように、プロジェクト費用が変化しない最も単純なケースにおいてさえ、唯一回のCBAによってプロジェクトの最適規模を決定することはできない。かわりに、数次にわたるCBAの適切な適用によって最適なプロジェクトを導き出すプロジェクト計画の手続が示され得る。しかしその手続も、プロジェクト費用が変化する場合には、必ず独立的な単一プロジェクトとして最適解を呈示し得るというような完結的なものではない。

実際に適用される費用便益分析はアド・ホックなものである。それ故に常に、一般的な形で多くのケースを含み得るようなCBA理論に対するニードが存在する。このアド・ホックな現実と一般性に対する希求とが相俟って、屢々次のような「一般的」手続がCBAとして理解される。すなわち

① プロジェクトのもたらす諸影響を列挙せよ。

② 諸影響のうちプラスのものを集計せよ。

③ 諸影響のうちマイナスのものを集計せよ。

④ ネットでプラスならそのプロジェクトを採用せよ。

しかしこの理論（と呼ぶべきか）は、実践において助けとならないばかりでなく、その危険性も本節の展開により自ら明らかである。特にCBAを公共プロジェクトに適用する場合にこの危険が周知のものでなくなるという二重の危険が潜んでいる。次節において検討するインフラ・プロジェクトはその好例である。

（2） ZはSの増加関数でありω^*はZの減少関数である。Zが凹なら十分に $\omega^* dZ/dS$ はSの減少関数となる。

三 インフラのCBA

（以下次号）

参考文献

〔1〕 Bensoussan, A., Kleindorfer, P.R. and Tapiero, Ch. S. (eds.), *Applied Optimal Control*, North-Holland 1978.

〔2〕 Canada, J.R. and White, J.A., *Capital Investment Decision Analysis for Management and Engineering*, Prentice-Hall 1980.

〔3〕 Jenkins, W.I., *Policy Analysis*, Martin Robertson 1978.

〔4〕 Nickell, S.J., *The Investment Decision of Firms*, Cambridge U.P. 1978.

〔5〕 Oxenfeldt, A.R., *Cost-Benefit Analysis for Executive Decision*, AMACOM 1979.

〔6〕 Peacock, A., *The Economic Analysis of Government*, Martin Robertson 1979.

〔7〕 Quade, E.S., *Analysis for Publc Decisions*, Elsevier 1975.

〔8〕 Steiner, H.M., *Public and Private Investments*, Wiley 1980.