Hicksの厚生尺度について

小　平　　　裕

1. はじめに

前稿（小平（1997））において，厚生変化の尺度として古くから広く利用されてきたMarshall (1898)の消費者余剰に対する批判を整理して，論理的妥当性を持つものとしてHicks (1956)の等価変分（等価的変化）Hicksian equivalent variation（以下では，HEV）と補償変分（補整的変化）Hicksian compensating variation（以下では，HCV）を紹介した。

本稿では，等価変分と補償変分の諸性質を明らかにすると同時に，理解を深めるために，これらを使って課税による（価格変化を通じての）死加重deadweight lossの大きさを測ることを検討する。

2. 貨幣表示間接効用関数

価格ベクトルがp^aからp^bへ変化する時の経済厚生の変化に注目する。[1)]例えば，ある商品への課税は，市場価格を変化させるであろう。合理的，連続，局所的に非飽和の選好関係を持ち，所得Iを持つ価格受容的な消費者を考え，その消費者が受ける厚生への衝撃を評価したい。

1） 説明の簡明さのために，ここでは所得に影響する価格変化は考えない。

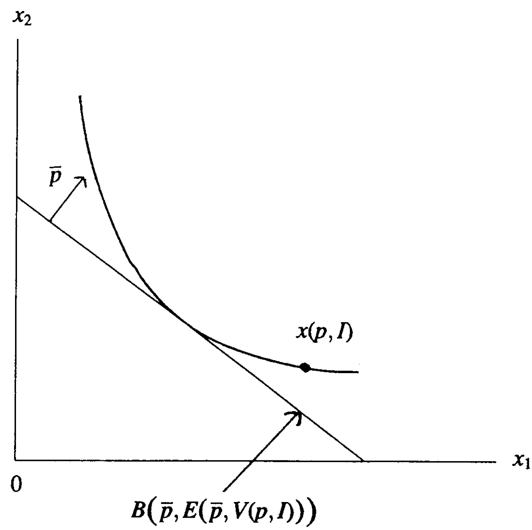
初めに，その消費者の選好は既知であると仮定する。市場において観察される需要関数 $x(p, I)$ の情報から，その消費者の選好は導出可能であるので,[2] この仮定は考えられる程，制約的ではない。この場合，価格変化により，その消費者の厚生が良化したか，悪化したかは，次のようにして判断される。すなわち，選好から導き出される任意の間接効用関数を $V(p, I)$ と表すことにすれば，もし

$$V(p^b, I)-V(p^a, I)<0$$

である場合，そしてその場合に限り，その消費者は悪化したと判定される。

この比較を行うの利用される間接効用関数は，選好から導出されていれば任意であるが，実際の利用には貨幣単位で表された厚生変化の尺度を与える貨幣表示間接効用関数が便利である。これは支出関数を使って構築される。すなわち，任意の価格ベクトル $\bar{p} \gg 0$ に対して，関数

図１：貨幣表示間接効用関数



2) Kihlstrom, Mas-Colell, and Sonnenschein (1976) 参照。

$$E(\bar{p}, V(p, I))$$

を考えると，これは，価格が $\bar{p}$ である時に，効用水準 $V(p, I)$ を実現するために必要な支出（すなわち，所得，予算，富）の大きさを与える。この支出は，図1に示されているように，効用水準 $V(p, I)$ の関数として，厳密に増加的である。このように，(p, I) の関数としてみると，$E(\bar{p}, V(p, I))$ はそれ自体，選好の間接効用関数であり

$$E(\bar{p}, V(p^b, I))-E(\bar{p}, V(p^a, I))$$

は，貨幣表示の厚生変化の尺度を与える。この尺度は，当初の間接効用関数 $V(p, I)$ の選び方には影響されず，消費者の選好にのみ依存することに注意せよ（図1を見よ)。

3. Hicks の厚生尺度

貨幣表示間接効用関数は，任意の価格ベクトル $\bar{p} \gg 0$ に対して上のように構築できる。$\bar{p}$ の選択は全く任意であるが，初期価格ベクトル p^a と変化後の価格ベクトル p^b を取り上げるのが自然であろう。Hicks (1956) はこのように価格ベクトルを選び，周知の厚生変化尺度，等価変分 HEV と補償変分 HCV を定義した。すなわち

$$u^a=V(p^a, I)$$

$$u^b=V(p^b, I)$$

と記号を定めれば，最小支出関数 E の定義より

$$E(p^a, u^a)=E(p^b, u^b)=I$$

である。以上に留意して

(1) $$\mathrm{HEV}(p^a, p^b, I)=E(p^a, u^b)-E(p^a, u^a)=E(p^a, u^b)-I$$

(2) $$\mathrm{HCV}(p^a, p^b, I)=E(p^b, u^b)-E(p^b, u^a)=I-E(p^b, u^a)$$

と定義した。

ここで，$E(p^a, u^b)$ は，その消費者がちょうど効用水準 u^b，すなわちその価格変化により生み出される効用水準を，初期価格 p^a の下で達成する

予算の大きさである。よって，等価変分 $E(p^a, u^b)-I$ は，その消費者に効用水準 u^b を価格 p^a で達成させるのに必要な支出の追加分（あるいは削減分）である。すなわち，HEV は，その厚生衝撃で測れば，その価格変化と「同値」であるようなその消費者の厚生変化である（それ故に，もしその価格変化がその消費者を悪化させるならば，等価変分は負である)。間接効用関数 $V(.,.)$ を使えば，等価変分は

$$V(p^a, I+\mathrm{HEV})=u^b$$

と表すこともできる。[3)]

他方，補償変分 HCV は，その価格変化の後に当初の効用水準 u^a を回復するために，その消費者に支払われるべき所得，すなわち補償の大きさを示す。したがって，もしその価格変化がその消費者を悪化させるならば，支払われるべき補償は正となり，補償変分は負である。補償変分は，その価格変化を受け入れるために，その消費者が受け取ろうとする金額の負の値と考えることもできる。補償変分は，間接効用関数を使って

$$V(p^b, I-\mathrm{HCV})=u^a$$

と表すこともできる。

図 2 は，無差別曲線を使って，財空間における厚生変化の等価変分と補償変分を描いている。HEV と HCV は何れも貨幣表示間接効用関数に基づいて定義されており，価格ベクトル p^a と p^b を正しく順序付ける。すなわち，これらの尺度が正である場合，そしてその場合に限り，p^a から p^b への価格変化により，その消費者の経済厚生は改善される。しかし，基準とされる価格ベクトルが違うために，HEV と HCV の大きさは一般に一致しない。

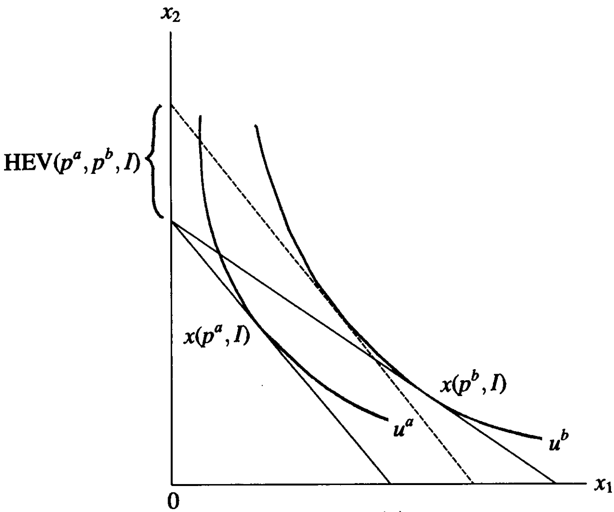
Hicks の補償需要曲線を使って，等価変分と補償変分を表すことを考え

3）もし $u^b=V(p^a, I+\mathrm{HEV})$ であれば

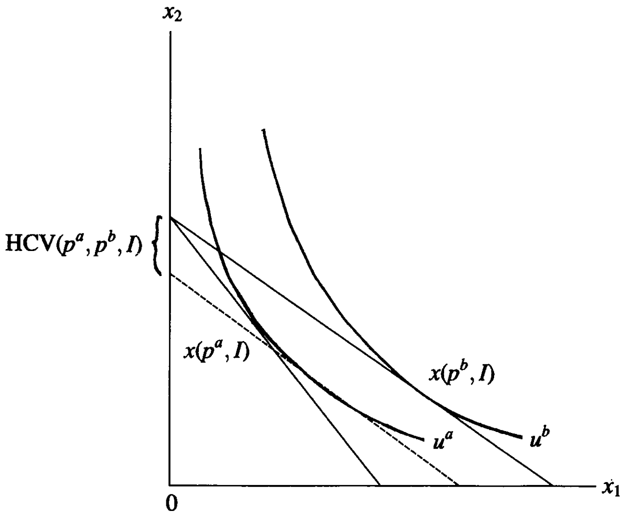
$$E(p^a, u^b)=E(p^a, V(p^a, I+\mathrm{HEV}))$$

であることに注意せよ。これは，(1)を与える。

図２：等価変分(a)と補償変分(b)　$(p_2^a = p_2^b = 1)$



(a)



(b)

よう。単純化のために，財 1 の価格のみが変化すると仮定しよう。すなわち

$$p_1^a \neq p_1^b$$
$$p_l^a = p_l^b = \bar{p}_l \qquad l \neq 1$$

ここで

$$E(p^a,\ u^a)=E(p^b,\ u^b)=I$$

$$h_1(p,\ u) = \frac{\partial E(p,u)}{\partial p_1}$$

であるから

(3) $$\mathrm{HEV}(p^a,\ p^b,\ I)=E(p^a,\ u^b)-I=E(p^a,\ u^b)-E(p^b,\ u^b) = \int_{p_1^a}^{p_1^b} h_1(p_1,\ \bar{p}_{-1},\ u^b)dp_1$$

と表すことができる。ただし，$\bar{p}_{-1} = (\bar{p}_2,\dots,\bar{p}_L)$。したがって，等価変分により測定された消費者厚生の変化は，効用水準 u^b に関係する，財 1 の補償需要曲線の左側の p_1^a と p_1^b の間の面積（図 3(a)の影を付けた領域）によって測定される（それは，もし $p_1^b < p_1^a$ であればこの面積に等しく，もし $p_1^b > p_1^a$ であればこの面積に負の符号を付けたものに等しい)。

同様に，等価変分は

(4) $$\mathrm{HCV}(p^a,\ p^b,\ I) = \int_{p_1^b}^{p_1^a} h_1(p^1,\ \bar{p}_{-1},\ u^a)dp_1$$

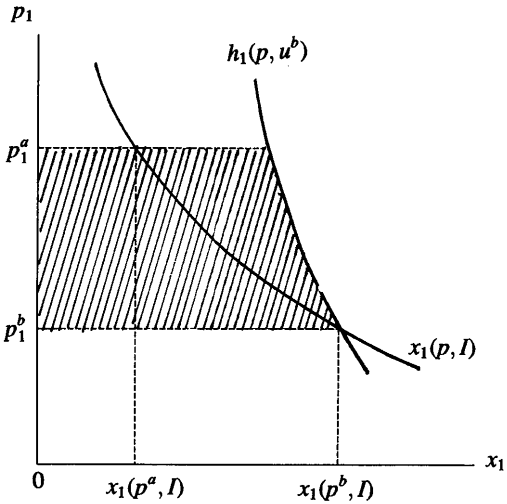
と表すことができる。ここでは，当初の効用水準 u^a が使われていることに注意しよう（図 3(b)を見よ)。

図 3 は，財 1 が正常財である場合を描いている。図から明らかなように，この場合には

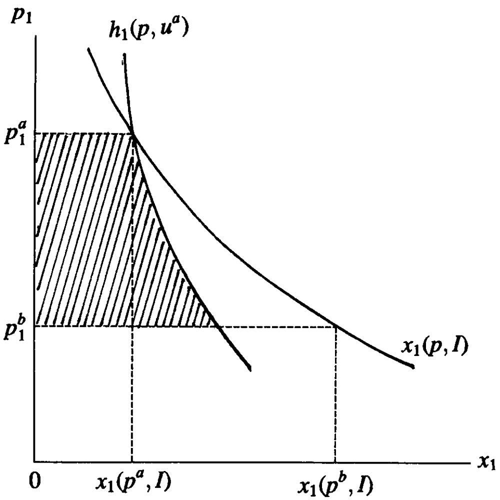
$$\mathrm{HEV}(p^a,\ p^b,\ I)>\mathrm{HCV}(p^a,\ p^b,\ I)$$

が成立する。財 1 が劣等財である時には，HEV と HCV の関係は逆になる。しかし，財 1 に所得効果がない場合（例えば，ある財 $l \neq 1$ について準線形である選好）には

図３：等価変分(a)と補償変分(b)



(a)



(b)

$$h_1(p_1,\ \bar{p}_{-1},\ u^a) = x_1(p_1,\ \bar{p}_{-1},\ I) = h_1(p_1,\ \bar{p}_{-1},\ u^b)$$

が成立するので，**HEV** と **HCV** は一致する。所得効果のない場合の **HEV** と **HCV** の共通の値は，Marshall の消費者余剰の変化に等しい（これは，財 1 の市場需要曲線，すなわち Marshall 的需要曲線の左側の p_1^a と p_1^b の間の面積の値に等しい）。

4. 商品税による死加重：例 1

政府は商品 1 にのみ課税し，財 1 の購入に対して単位当たり t の税を設定すると仮定して，課税による価格ベクトルの変化がもたらす厚生変化を考えよう。この商品税は，財 1 の実効価格を

$$p_1^b = p_1^a + t$$

へ変化させるが，その他の全ての商品 $l \neq 1$ の価格は p_l^a に固定されたままで変化しない（つまり，すべての $l \neq 1$ について，$p_l^b = p_l^a$)。そして，この課税による税収は

$$T = tx_1(p^b,\ I)$$

である。

政府は，商品税を課税する代わりに，消費者に T という一括税を課すことによっても，同額の税収を得ることができる。価格を変えないこの方法は，消費者の厚生を良化させるであろうか，悪化させるであろうか。もしその商品税による等価変分 **HEV**$(p^a,\ p^b,\ I)$（これは負である）が，一括税により消費者が失う所得の大きさ $-T$ よりも小さければ，消費者の厚生は商品税の下で悪化する。支出関数を使って説明すると，もし

$$I - T > E(p^a,\ u^b)$$

であれば，すなわちもしその消費者の一括税引所得が，商品税導入後に得る効用 u^b と同じ効用水準を，導入前の価格 p^a の下で実現するのに必要な所得よりも大きければ，その消費者の厚生は商品税の下で悪化すると判定される。そして，これらの差

$$(-T)-\mathrm{HEV}(p^a,\ p^b,\ I)=I-T-E(p^a,\ u^b)$$

は，商品税による死加重と呼ばれる。この死加重は，一括税によって等税収を得るために発生する厚生悪化の大きさが，商品税による厚生悪化の大きさをどれだけ超過するかを示す。

死加重は，効用水準 u^b における補償需要関数 $h_1(p,\ u)$ を使って表すことができる。すなわち

$$T=tx_1(p^b,\ I)=th_1(p^b,\ u^b)$$

であるから，商品税は財 1 に課税されるとすれば，死加重は

$$(-T)-EV(p^a,\ p^b,\ I)=E(p^b,\ u^b)-E(p^a,\ u^b)-T$$

(5)
$$=\int_{p_1^a}^{p_1^a+t} h_1(p_1,\ \bar{p}_{-1},\ p^b)dp_1-th_1(p_1^a+t,\ \bar{p}_{-1},\ p^b)$$

$$=\int_{p_1^a}^{p_1^a+t}\left[h_1(p_1,\ \bar{p}_{-1},\ p^b)-h_1(p_1^a+t,\ \bar{p}_{-1},\ p^b)\right]dp_1$$

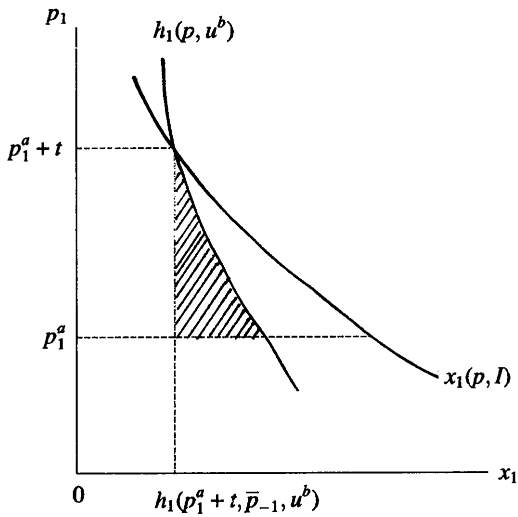
と書くことができる。$h_1(p,\ u)$ は p_1 について非増加的であるから，商品税による死加重は非負である。もし $h_1(p,\ u)$ が p_1 について厳密に減少的であれば，死加重は厳密に正である。図 4 (a)では，死加重は影を付けた三角形状の面積として表されている。

財空間において無差別曲線を使って，この死加重の大きさを表すことを考えよう。例えば，財の数を 2（すなわち，L=2）と仮定して，$p_2^a=1$ と基準化しよう。図 5 を考えよう。

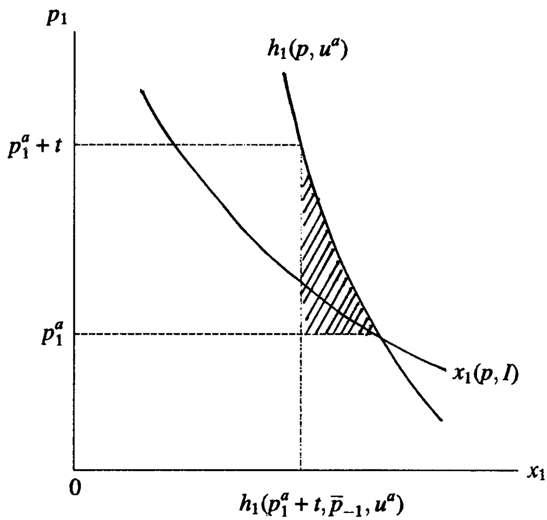
$$(p_1^a+t)x_1(p^b,\ I)+p_2^ax_2(p^b,\ I)=I$$

であるから，消費計画 $x(p^b,\ I)$ は，予算集合 $B(p^b,\ I)$ の境界の予算線上にあるだけではなく，予算集合 $B(p^b,\ I-T)$ の境界の予算線の上にもある。同様に，価格 p^a でその消費者に効用 u^b を与える予算集合は，$B(p^b,\ E(p^a,\ u^b))$（あるいは，同じことであるが，$B(p^a,\ I+\mathrm{HEV})$）である。その死加重は，予算集合 $B(p^a,\ I-T)$ の境界の予算線と $B(p^a,\ E(p^a,\ u^b))$ の境界の予算線の垂直距離で測ることができる（$p_2^a=1$ を思い出そう）。

図 4 ：商品税による死加重：(a) u^b 基準と (b) u^a 基準

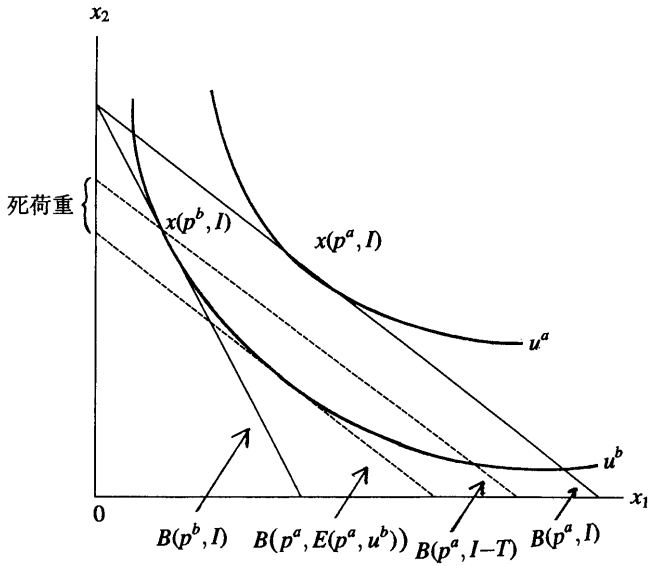


(a)



(b)

図５：商品税による死加重



死加重は，補償需要曲線 $h_1(p, u)$ を使って計算することもできる。ここで，商品税導入後の消費者の厚生を導入前の厚生 u^a に等しく維持するために政府が消費者に補償するとしたら，生ずる財政余剰あるいは不足を調べることにしよう。もし徴収される税収 $th_1(p^b, u^a)$ が $-\mathrm{HCV}(p^a, p^b, I)$ よりも少なければ，あるいは同じことであるが，もし

$$th_1(p^b, u^a)<E(p^b, u^a)-I$$

であれば，政府の赤字は

$$-\mathrm{HCV}(p^a, p^b, I)-th_1(p^b, u^a)=E(p^b, u^a)-E(p^a, u^a)-th_1(p^b, u^a)$$

$$=\int_{p_1^a}^{p_1^a+t} h_1(p_1, \bar{p}_{-1}, u^a)dp_1 -th_1(p_1^a+t, \bar{p}_{-1}, u^a) \tag{6}$$

$$=\int_{p_1^a}^{p_1^a+t} \left[h_1(p_1, \bar{p}_{-1}, u^a)-h_1(p_1^a+t, \bar{p}_{-1}, u^a)\right]dp_1$$

の規模に達する。ここでも，$h_1(p, u)$ が p_1 について厳密に減少的である限り，これは厳密に正である。この死加重の大きさは，図 4 (b)の影を付けた三角形状の領域の面積に等しい。

5. 等税収の税の比較：例 2

ここ迄は，初期価格ベクトル p^a の下に比べて，変化後の p^b の下でその消費者の厚生が良化するかどうかだけを考えてきた。そして，**HEV** も **HCV** も共に，価格ベクトル p^a と p^b を正しく順序付けることを見た。今度は，p^a から 2 つの価格ベクトル p^b および p^c への変化を比較することを考えよう。

最初に，等価変分 **HEV** を使って 2 つの価格ベクトルへの変化を順序付けることを検討しよう。ここで

$$\mathrm{HEV}(p^a, p^b, I) - \mathrm{HEV}(p^a, p^c, I) = E(p^a, u^b) - E(p^a, u^c)$$

であるから

$$\mathrm{HEV}(p^a, p^b, I) > \mathrm{HEV}(p^a, p^c, I)$$

である場合，そしてその場合に限り，p^a から p^b への変化は，p^c への変化よりも良いと判定される。このように，2 つの等価変分 $\mathrm{HEV}(p^a, p^b, I)$ と $\mathrm{HEV}(p^a, p^c, I)$ は，変化後のそれぞれの価格ベクトルを変化前の p^a と比較するためだけではなく，その消費者にとって変化後の価格ベクトルのどちらが良いのかを判定するためにも利用できる。

しかし，2 つの補償変分 $\mathrm{HCV}(p^a, p^b, I)$ と $\mathrm{HCV}(p^a, p^c, I)$ を比較しても，p^b と p^c の正しい順序付けは必ずしも得られない。その理由は，等価変分 **HEV** は，貨幣表示間接効用関数の基準価格として変化前の価格を使うのに対して，**HCV** は変化後の価格を使うことにある。すなわち，2 つの補償変分を計算する際に，$\mathrm{HCV}(p^a, p^b, I)$ には p^b を使い，$\mathrm{HCV}(p^a, p^c, I)$ には p^c を使うので，補償変分の差を求めても

$$\mathrm{HCV}(p^a, p^b, I) - \mathrm{HCV}(p^a, p^c, I) = E(p^c, u^a) - E(p^b, u^a)$$

となり，これは必ずしも p^b と p^c を正しく順序付けない。[4)]

要するに，p^a を固定すれば，$\mathrm{HEV}(p^a, \ldots, I)$ は正当な間接効用関数になるが，$\mathrm{HCV}(p^a, \ldots, I)$ はそうではない。[5)]

幾つかの可能な新しい価格ベクトルの比較の興味深い例は，政府がどの財に課税するかを考えるときに生じる。例えば，税収の等しい２つの異なる税制，例えば，財１のみに課税する税制と，財２のみに課税する税制のどちらが好ましいかを考えてみよう。ただし，財１に対する商品税率は単位あたり t_b で，課税後の価格ベクトルは p^b となり，財２に対する商品税率は単位あたり t_c で，課税後の価格は p^c となると仮定しよう。両税制は等税収であるので

$$t_b x_1(p^b, I) = t_c x_2(p^c, I) = T$$

である（図６参照)。ここで

$$\mathrm{HEV}(p^a, p^b, I) > \mathrm{HEV}(p^a, p^c, I)$$

である場合，そしてその場合に限り，税 t_b は税 t_c よりも良いと判定される。つまり

$$[(-T) - \mathrm{HEV}(p^a, p^b, I)] < [(-T) - \mathrm{HEV}(p^a, p^c, I)]$$

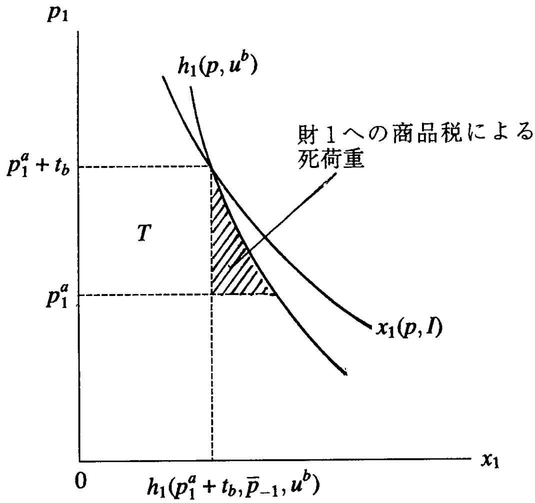
である場合，すなわち税 t_b の下で生じる死加重が税 t_c の下で生じる死加重よりも小さい場合，そしてその場合に限り，財１への商品税は財２への商品よりも，厚生損失が小さいという意味で好ましいと判定される。

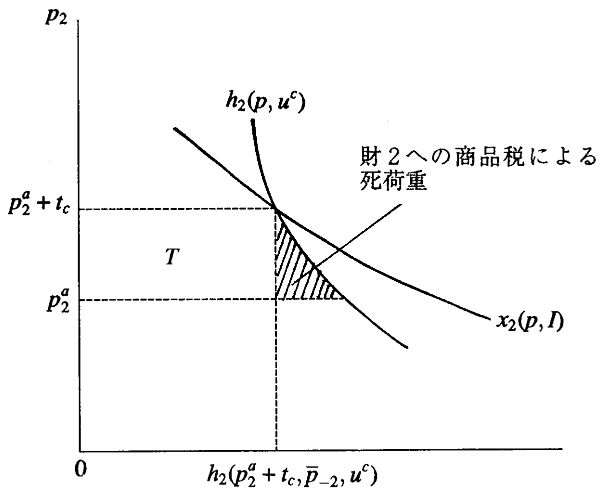
---

4) Chipman and Moore (1980) 参照。

5) ただし，$\mathrm{HCV}(p^b, p^c, I)$ の符号を見れば，p^b と p^c を順序付けることはできる。

図６：等税収の２つの税制の比較





6. 参照文献

J. Chipman and J. Moore (1980), Compensating Variation, Consumer's surplus, and Welfare, *American Economic Review* 70 : 933–48.

J. Hausman (1981), Exact Consumer Surplus and Deadweight Loss, *American Economic Review* 71 : 662–76.

J. R. Hicks (1956), *A Revision of Demand Theory,* Oxford University Press（早坂忠，村上泰亮訳『需要理論』，岩波書店，1958）

R. Kihlstrom, A. Mas-Colell, and H. Sonnenschein (1976), The Demand Theory of the Weak Axiom of Revealed Preference, *Econometrica* 44 : 971–78.

A. Marshall (1898), P*rinciples of Economics,* 4th ed. ; 9th ed. (1961)（馬場啓之助訳『経済学原理』，東洋経済新報社，1965–67）

小平裕（1997），「厚生変化の尺度について」，成城大学『経済研究』第138号