

領域国家の拡大と縮小

—管理者，代理人，生産者モデル—

明石茂生

1. はじめに

国家が都市国家の段階を経て、領域国家へと変遷していくとき、当然ながらその支配形態はより複雑化し、管理者（皇帝、国王）を頂点とする官僚体制に象徴されるようなヒエラルキー構造をともなった形態に高度化していく。とくに地方に対しては、総督、代官、徴税人、検察官、軍司令官などの代理人を介して支配せざるをえなく、エージェンシー理論が対象とする関係が発生してくる。そして、管理者と代理人との関係如何では、管理者の経済的ならびに政治的基盤が脅かされる可能性が生まれてくる (North [1981] ch 3.)。

また、領域国家（とくに大帝國）の支配領域の変化に眼を向けると、ある種のパターンを読みとることができる。国家の領域は比較的短い期間に急成長（膨張）し、その頂点を越えると幾分縮小・整理されて、比較的長期間の安定期を迎える。それが終わると、急速に衰退・縮小し、もしくは分裂するというものである。もちろん、実際のパターンはかくも単線的ではなく、複合的なのであろうが、その基本となるパターンは不変であると思われる (Taagepera [1978, 1979])。例えば、中国の歴史は幾つもの王朝が交替して形成されていくが、王朝の興隆・衰退のサイクルには共通したパターンがあると指摘されてきた (Meskill [1965], Skinner [1985], Usher [1989])。さ

らに、国家の規模の拡大は行政・軍事費用や領域内の調整費用を高めるのであるが、とくに軍事費用は時間とともに増加する傾向にあり、収入とのバランスが崩れると国家は分裂する傾向に陥りがちである (Elvin [1973, pp. 19-21])。

本稿は、このような現象を念頭に置いて、エージェンシー理論を基本的に応用して支配様式のモデル化を試みる。ただし、通常のようにプリンシパル (管理者)・エージェント (代理人) という二者間の関係でなく、生産に直接携わる主体 (生産者) を含めた三者間関係を前提にモデルを設定していく。これは、各領域で生産に従事する生産者と管理・徴税を行う代理人との関係、ならびに全領域を支配する管理者と各領域に派遣される代理人との関係という、二重の支配関係が想定されているからである。これらの関係には各々管理される相手を監視 (モニター) するための情報上の問題が発生するのであるが、本稿では、代理人は管理対象となる生産者の成果を完全に把握することができるとし、対して管理者は各領域に派遣される代理人の不正を監視費用の点から完全に摘発できるわけではないとしている。

以下では、管理者 (国王)、代理人 (総督もしくは徴税請負人)、生産者 (農民) の三者の行動がそれぞれ定式化される。管理者は代理人に関して完全に情報を把握していないことから、代理人を介して不完全な租税徴収を行う中央集権型システムが通常成立する。しかし場合によっては、租税額が固定された固定貢納制や、もしくは代理人による徴税システムの崩壊そのものが発生する。それらがどのような条件で成立するかについて、以下で議論を進めていくつもりである。その上で、当初に提起した領域国家の盛衰パターンについて、不完全ながらふれていくことにしたい。

2. モデル

ここでは象徴的に、管理者 (国王) P 、代理人 (総督または徴税請負人) S 、

生産者（農民） A で構成される経済を考える。生産者は所与の資本、土地を使って自らの労働を投入することにより、生産物を生産する。投入費用を引いた純生産物のうちから租税を国庫に納める。租税徴収ならびに納入の当事者が代理人と称される主体であり、管理者に雇われて一定の報酬を得て、徴収した租税を申告して管理者のもとに納入する。管理者は租税を最終的に徴収して、経済（国家）全体に必要な支出を行って、その維持・運営を図る。管理者の支出項目には、代理人たちの申告を監視（モニター）する費用も含まれている。

2. A 生産者（農民）

生産者は、主体的に労働努力 e とそれによる成果 r を評価して、その最適な組み合わせを選択する。この評価 u_a を効用関数として次のように表す。

$$(1) \quad u_a = U(r, e)$$

ただし、符号条件として $U_1 > 0$, $U_2 < 0$, $U_{11} < 0$, $U_{22} < 0$, $U_{12} < 0$, $U_{21} < 0$ を仮定する。成果 r は

$$(2) \quad \begin{aligned} r &= y - we - T_s \\ &= z - T_s \\ &= (1-t)z \end{aligned}$$

と表され、 y は生産物、 w は労働努力 e に対する単位あたり必要報酬、 T_s は代理人に納める租税である。 $z = y - we$ は純生産物（実収）を表し、租税は一定の税率 t のもとで積算される。（ $T_s = tz$, $0 < t < 1$ ）生産物 y は労働努力の水準に応じて、また管理者ならびに代理人の投資（それぞれ c_p , c_s とする）によって左右される。

$$(3) \quad y = y(e, c_p, c_s), \quad y_1 > 0, y_2 > 0, y_3 > 0, \quad y_{11} < 0, y_{12} > 0, y_{13} > 0$$

生産者は、必要最低水準の価値を充たすという条件

$$(4) \quad u_a \geq \bar{u}$$

と、(2)(3)の制約条件のもとで、効用 u_a を最大にするように行動する。最低水準はここでは本質的に効かないとすれば、極大化の一階条件から次が得られる。

$$\frac{du_a}{de} = U_1(1-t)(y_1 - w) + U_2 = 0$$

すなわち、

$$(5) \quad (1-t)(y_1 - w) = MRS$$

である。 $MRS = -U_2/U_1$ であり、 e での限界代替率を表す。(5)をさらに e と t で微分すれば、最終的に

$$\frac{\partial e}{\partial t} = -\frac{y_1 - w}{MRS' - (1-t)y_{11}} < 0$$

符号条件から $MRS' = -(U_{22}U_1 - U_2U_{12})/U_1^2 > 0$ がわかっており、上の式の分子・分母ともに正となる。税率の上昇は労働意欲を削ぎ、生産物の低下をもたらすのである。この事情は、次の図1において表される。($t' > t$ と設定されている。)

また、投資は生産性を上昇させて増収をもたらす。これは

$$\frac{\partial e}{\partial c_p} = \frac{(1-t)y_{12}}{MRS' - (1-t)y_{11}} > 0$$

図1

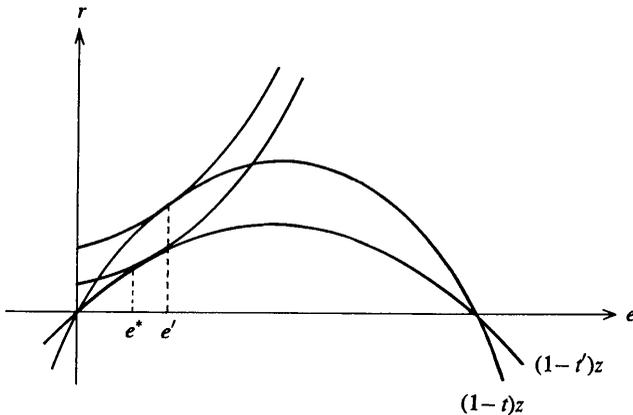
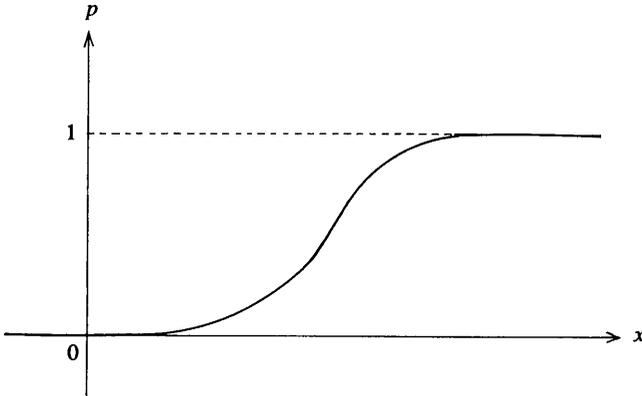


図 2



わかる。もし、逆に $z^e \geq z$ であれば、 $x^e \leq 0$ であり、このとき $p = 0$ となり、かつ $p_1 = 0$ となる。この結果、 $p_1 x + p = 0$ となって条件(9)に反する。また、 $z^e < z$ でかつ発見確率 $p = 1$ (100%) の状態であれば、 $p_1 x + p \geq 1 > 1/a$ となって条件(9)に反する。したがって、(9)のもとでは

$$z^e < z \text{ かつ } p \neq 1$$

が成立していることになる。また、端点解 ($z^e = 0$) であっても、実収が $z > 0$ である限り、それは過小申告を意味するわけであるから、命題はやはり成立する。

さて、(9)式は $p = p(x, h)$ を前提にして監視費用 h を所与とすれば、不正取得分 x の関数となっている。以下では、 h を所与として(9)式を充たす x を $x^* = x^*(h)$ として代理人の行動を表記することにする。

2. C 管理者 (国王)

管理者は、生産者の行動ならびに代理人の行動を前提にして、自己の収入を最大にするように行動する。その効用を u_p とすれば、

から導かれる結果であり、代理人の投資 c_s についても効果は同様である。

2. B 代理人（総督または徴税請負人）

代理人の行動は、その純収入の最大化で集約される。代理人の効用 u_s は

$$u_s = s + (T_s - T_p) - \pi - c_s$$

で表される。 s = 代理人の報酬、 T_s = 代理人の徴収した租税、 T_s = 申告により管理者に納める租税分、 π = 代理人の不正取得分に対する罰金（ペナルティー）、 c_s = 代理人の投資。 z^e を代理人が申告した純生産物とすれば、 $T_p = tz^e$ となる。また、罰金は

$$(6) \quad \begin{aligned} \pi &= ap(z - z^e, h)(T_s - T_p) \\ &= tap(x, h)x, \quad a > 1 \end{aligned}$$

ただし、 $x = z - z^e$ で代理人の不正取得分を表す。 $(x < 0$ であれば過剰供出となる。) $p = p(z - z^e, h)$ は不正取得の発見確率を表し、それが大きければ大きいほど発見される確率は高くなる。また、 h は監視（モニター）費用を表し、それが大きければ大きいほどまた発見確率は高くなるとする。

$$(7) \quad p = p(x, h) \in [0, 1], p_1 > 0, p_2 \geq 0$$

また $x \leq 0$ であれば $p(x, h) = 0$ とする。関数の形状はたとえば次の図2のようになる。罰金は過小申告分 x のうち発見された分に重加算率 ($a > 1$) をかけた額で賦課される。

代理人の効用 u_s は

$$(8) \quad u_s(x) = s - c_s + t(1 - ap(x, h))x$$

と書き換えられ、 $x = z - z^e$ の関数となる。代理人が申告をどの水準にするかをみるために、(8)を z^e で微分すると（内点解を想定すれば）

$$(9) \quad a(p_1x + p) = 1$$

を充たすように代理人は z^e を決定する。

これから、代理人は管理者に実収より過小の申告 $z^e < z$ を行うことが

$$\begin{aligned} u_p &= T_p + \pi - (s + h + c_p) \\ &= (tz - s - c_p) + t(ap - 1)x^* - h \\ &= u_p(h) \end{aligned}$$

効用は、実収入 z を所与とすれば、まず第1に経常的収支というべき固定部分 $(tz - s - c_p)$ で構成される。第2は情報・管理収支というべき項であり、監視費用 h に依存する。極大化の一階条件は、

$$\begin{aligned} \frac{du_p}{dh} &= at\left(p_2 + p_1 \frac{dx^*}{dh}\right)x^* + t(ap - 1)\frac{dx^*}{dh} - 1 \\ &= (atp_2x^* - 1) + t\{a(p_1x^* + p) - 1\}\frac{dx^*}{dh} \\ &= 0 \end{aligned}$$

となる。これは、条件(9)から

$$(10) \quad atp_2(x^*(h), h)x^*(h) = 1$$

に帰着する。これが、監視費用 h を決定する条件となる。

それでは、具体的にどのような水準に監視費用は決まるのであろうか。これをみるためには、発見確率関数について特定化する必要がある。すでに、監視費用をかければかけるほど、発見確率は高くなる（確率的に優位になる）とした。形式上は、任意の $h > 0$ に対し、 $h' > h$ であれば、 $p(x, h') \geq p(x, h)$ であり、 $0 < p(x, h) < 1$ をみたす x の領域においては厳密に不等号が成立する。また、 $p(x, h)$ は $h \geq 0$ に関し連続的に微分可能である。

条件(9)を全微分して、 $x^* = x^*(h)$ の傾きをみると、

$$(11) \quad \frac{dx^*}{dh} = -\frac{p_2 + p_{12}}{2p_1 + p_{11}x^*}$$

となる。ここでは、ありうる仮定として $dx^*/dh < 0$ としてみよう。監視費用の増加は代理人の不正取得を着実に減少させていくという仮定である。この場合、罰金と不正取得の収支を表す曲線

$$g(h) = t(ap(x^*(h), h) - 1)x^*(h)$$

は成長曲線に似た形状をとることになる。代理人の効用は $u_s = s - c_s -$

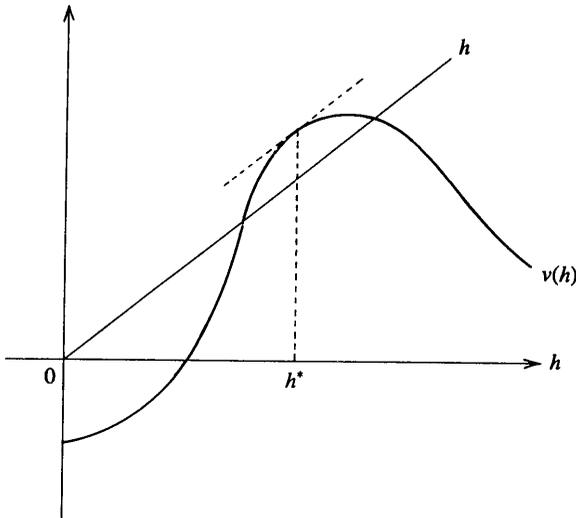
領域国家の拡大と縮小

$g(h) = s - c_s + tx^* - tapx^*$ であり、定義上 $x^* \leq z$ であるので、 $g(h) \geq -tz$ である。 h が増加していくと、 $x^*(h)$ は減少する。一方、 $p = p(x^*(h), h)$ は $h = 0$ 付近では相対的に小さいので、 $g(h) = t(ap - 1)x^*(h)$ は h とともに増加していく。しかし、ある水準を越えると確率 p は大きくなり、1 に近づいていくため、 $ap - 1 > 0$ となり、 $g(h)$ は $x^*(h)$ に従って減少していく。

これらをまとめると、 $v(h) = (tz - s - c_p) + g(h) \geq -(s + c_p)$ とすると、 $v(0)$ を出発点として次の図3のような形状をとる。そして、 $u_p(h) = v(h) - h$ であるから、最適監視費用は条件(10)が成立する h^* である。

図3が成り立つ鍵は、 $x^* = x^*(h)$ の形状 ($dx^*/dh < 0$) にあったのであるが、これについては発見確率 p を次のように特定化すれば、所望の性質がえられる。確率関数 $p = p(x, h)$ に関して、所与の $h \geq 0$ に対し、区間 $(\xi(h), \mu(h))$ が定義される。ただし、 $\xi(h) \geq 0$ で $\mu(h)$ は x の平均値である。

図3



- a. 1) $\forall x \in (-\infty, \xi(h)]$ に対して $p = 0$
- a. 2) $p(\mu(h), h) = 0.5$
- a. 3) $\forall x \in (\xi(h), \mu(h))$ に対して $p_{11} > 0, p_{12} \geq 0$

このとき、 $x^* = x^*(h)$ は条件(9)が成立する領域では h の減少関数となる。そうでない場合は一定となる。また、すべての $x > 0$ に対して、 $\lim_{h \rightarrow \infty} p(x, h) = 1$ が成立すれば、 $\lim_{h \rightarrow \infty} x^*(h) = 0$ となる。(証明は付録を参照のこと。)

このような条件が成立する例は、ある区間内で分布の密度関数が正規分布のように対称型になっている場合である。もちろん、その区間外では密度は 0 となっている。後半の主張は、監視費用が巨額になれば、区間は 0 に向かって縮小していき、確率密度は $x = 0$ 上に集積してしまう状態を述べている。そのような場合では、確率 1 で不正は発見されてしまうのである。

3. 固定貢納制

仮に、収穫のパターンが決まっており、2種類の実収 z^1, z^2 があるととする。それらが発生する確率をおのおの $q, 1-q$ とする。このとき、代理人の期待効用 Eu_s は、 (z^1, z^2) に対応した x の値を (x^1, x^2) とすれば、

$$Eu_s = (s - c_s) + t[q(1 - ap(x^1, h))x^1 + (1 - q)(1 - ap(x^2, h))x^2]$$

ところが、 $z^2 = 0$ という極端なケース以外では実収 z は $x^* = x^*(h)$ の形状に直接影響を与えない。したがって、最適監視費用 h^* にも影響を与えない。すなわち、実収 z の大きさにかかわらず、 (x^*, h^*) が決まっているわけであり、結局 $x^1 = x^2 = x^*(h^*) = x^*$ であり、

$$Eu_s = s - c_s + t(1 - ap^*)x^*, \quad p^* = p(x^*(h^*), h^*)$$

となる。他方、管理者もその期待効用は、

$$Eu_p = (t\hat{z} - s - c_p) + t(ap^* - 1)x^* - h^*$$

ただし、 $\hat{z} = qz^1 + (1 - q)z^2$ で、平均的な純生産物を表している。

ここで、次のような値を考える。

$$z^f = \hat{z} - x^*$$

これは、管理者にとって（経験上）確保可能な純生産額（タックスベース）と解釈できる。これを代理人に提示し、実収額に関係なく、一定の租税額 $T^f = tz^f$ を要求したとすれば、代理人にとってこれは有利であろうか。ただし、管理者はこの一定の租税納入が受け入れられれば、不正があっても罰金は課さないし、そのための監視費用はかけないという条件が付随する。この固定貢納に対する代理人の期待効用 Eu_s^f は

$$Eu_s^f = s - c_s + tx^* > Eu_s$$

であり、管理者にとって固定貢納の期待効用 Eu_p^f は

$$(12) \quad Eu_p^f = tz^f - s - c_p = (t\hat{z} - s - c_p) - tx^*$$

となり、 $Eu_p^f - Eu_p = h^* - tap^*x^*$ である。したがって、もし罰金表 $\pi = tap(x^*(h), h)x^*(h) = \pi(h)$ に関し、すべての $h > 0$ に対し、

$$(13) \quad \pi(h) < h$$

であれば、 $Eu_p^f > Eu_p$ となる。かくして、条件(13)が成立するほどに情報・探索費用がかかるとき、固定貢納制は管理者・代理人双方に魅力的な納税システムとなる。

4. 中央集権型システムの崩壊

さて、代理人を介して管理者は租税を徴収し、その租税を基礎にして国家運営のための経常的な支出を行っており、そのうちには代理人の行動をモニターする監視費用も含まれていた。このシステムは、収入の処分上の権限が管理者に集中している意味で中央集権型システムと呼ぶことが可能であるが、このシステムが維持される、または逆に崩壊する条件を探ることは、以上の議論から可能である。

次の条件を考えてみる。 h^* を条件(10) [極大化条件] が成立する監視費用とする。

$$(14) \quad h^* - \pi(h^*) > t(x^*(0) - x^*(h^*))$$

左辺は監視費用から罰金額を差し引いた「純監視費用」を表し、右辺は監視費用をかけないときの不正取得分から費用をかけたときの不正取得分を差し引いた「無統治の機会費用」を表している。さらに次の条件を付け加える。

$$(15) \quad t(\hat{z} - x^*(0)) < s$$

これは、監視のための費用をかけないでおいたとき、管理者に納入される税金では、代理人に与える報酬を賄うことができないことを表している。

条件(14)は、管理者が $h = 0$ を選択することを意味している。 $h = 0$ のときの期待効用は $Eu_s^0 = t\hat{z} - (s + c_p) - tx^*(0)$ で表される。条件(14)から $Eu_s^0 > Eu_p$ である。ところが、 $h = 0$ を選択したときの申告された収入は期待収入から不正取得分を引いた額 $\hat{z} - x^*(0)$ である。監視費用をかけない場合の（無統治下での）期待効用は条件(15)により、 $Eu_s^0 < -c_p \leq 0$ の関係にあり、これは経常的支出をかけること自体が無意味と化することを意味する。 $s + c_p = 0$ でかつ代理人を雇わず、租税を徴収しないことが、管理者にとっての最適な選択となり、これは管理者であることの放棄を意味する。

また条件(14)は、右辺が正である ($x^*(0) \geq x^*(h^*)$) を意味することから、条件(13)がすでに成立していることを前提にしている。事態は固定貢納制へ移行しているところから出発しているわけであり、条件(14)は代理人を介した中央集権型システムの崩壊を意味していたわけである。これは、翻ってみると条件(15)がすでに成立している場合、固定貢納制の存在要件が、条件(13)は充たされるが条件(14)は充たされないという、ある限定された範囲内で成り立ちうることを意味している。固定貢納制は、純監視費用が高くなったときに成立しうるが、それが高すぎるとシステム全体の崩壊を促してしまうだろうということである。

5. 領域国家の拡大と縮小

領域国家の変遷を歴史的に俯瞰してみると、国家の勃興とともにある期間にわたって国家の領域が急速に拡大し、その後幾分の縮小をみて安定化するというパターンがみられる。そして、安定期を経て衰退期を迎え、ある局面で急速に崩壊する、もしくは大幅な領域縮小という現象が発生する。ここでは、このような領域の拡大・縮小過程を前節までの議論に従って、不完全ながら説明を試みてみることにしよう。この節で新たに付加する変数は、管理者（国王）が支出する内容の変更に関わる。前節までは、管理者の支出 c_p は生産に影響を与える投資として解釈されてきた。ここでは、そのような投資額は所与として省略し、別途に国家の領域内に影響を与える支出（例えば、軍事・行政費）を記号上 C として表現することにする。また、領域は潜在的に統治可能な区域として N 個あり、各領域は番号が付されているとする。（ $i=1, 2, \dots, N$ ）領域の番号が大きくなるほど、管理者がいる中心地域から遠ざかるものとし、その領域にかかる監視費用はそれだけ増大するものとする。

管理者が代理人を通して実際に支配している領域の最大番号を $n \leq N$ とし、その n 個の領域内では先に述べた支出 C は一様に影響を与えるとする。すなわち、各領域における管理者に帰属する効用 $u_i(h_i, C, n) = v_i(h_i, C, n) - h_i$ と監視費用 h_i が各領域（ $i=1, 2, \dots, N$ ）ごとに定義される。粗収入 $v_i(h_i, C, n)$ には等しく支出額 C と管理者が支配している領域（最大番号）が入り、その支配領域内ではあまねくその支出は情報・管理面に影響を与えるとす。これは、例えば国境付近に配備された軍隊による治安サービスは、領土内すべてに与えられるのに等しいことを念頭においている。以下では、簡単化のために支出 C は領域の番号に比例して増大するものとする。すなわち、 $C = cn$ 。

そこで、領域の最大番号は $n < N$ とする。このとき、管理者の効用は、

$$\begin{aligned}
 u_p &= \sum_{i=1}^n (v_i(h_i^*, C, n) - h_i^*) - C \\
 &= \sum_{i=1}^n u_i(h_i^*, C, n) - cn
 \end{aligned}$$

である。各領域では最適の費用 h_i^* が設定されている。もし、管理者がさらに領域を n から $n+1$ へ拡大しようとした場合、効用の増加分 Δu_p は、

$$\begin{aligned}
 \Delta u_p &= \sum_{i=1}^{n+1} u_i(h_i^{**}, c(n+1), n+1) - c(n+1) - \sum_{i=1}^n u_i(h_i^*, cn, n) + cn \\
 &= u_{n+1}(h_{n+1}^{**}, c(n+1), n+1) + \sum_{i=1}^n \Delta u_i - c
 \end{aligned}$$

ただし、 h_i^{**} は拡大後の領域 i の最適監視費用であり、 $\Delta u_i = u_i(h_i^{**}, c(n+1), n+1) - u_i(h_i^*, cn, n)$ である。したがって、次の不等式が成立すれば、領域の拡大のインセンティブが存在することになる。

$$\frac{u_{n+1}(h_{n+1}^{**}, c(n+1), n+1)}{c} > 1 - \sum_{i=1}^n \frac{\Delta u_i}{c}$$

これは、可能性として新領域 ($i=n+1$) での追加収入が負で (付加的な費用がかかる) あったとしても、領域拡大による監視費用低下からもたらされる収入の増分 $\sum_{i=1}^n \Delta u_i/c$ が 1 より大きければ、十分に領域拡大への誘因が働くことを意味している。

そこで単純化のために、領域を中心領域と周辺領域の2つで構成されるとしよう。図4は、周辺領域自体は監視費用上、管理者にとっては魅力のない部分であることを示唆している。しかし、領域の拡大が外部効果を伴って、中心領域の収入を拡大させる ($v_c(h)$ から $v'_c(h)$ へ上方にシフトさせる) のであれば、それによる追加的収入が周辺領域の費用 (支出) 追加分を補ってあまりある限り、見合ったものとなる。

逆に、領域の縮小は周辺領域の監視・支配費用の相対的上昇が何らかの形で進行したとき (例えば、異民族の侵入などによる軍事費などの増大)、軍事・政治的理由だけでなく、管理運営上の理由からも周辺領域を放棄せざる

図 4 a 中心領域

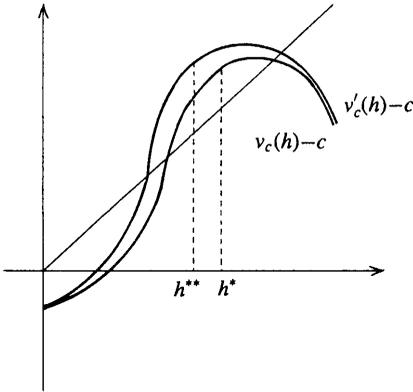
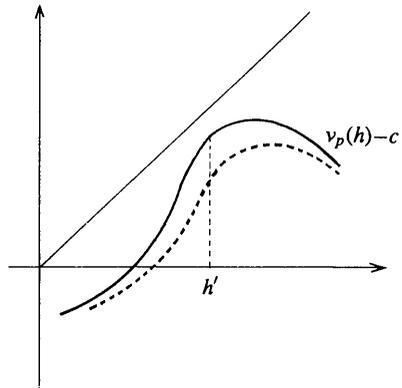


図 4 b 周辺領域



を得なくなる。また、全般的な費用の上昇による収入曲線 ($v_c(h)$, $v_p(h)$) の低下は、全体の管理・支配システムの崩壊をもたらすこともありうる。

さて最後になるが、このようなシステムの興隆・衰退のメカニズムには、さまざまな要因が絡んでおり、その要因を取り出して分析することは興味のない作業である。とりわけ、監視・管理費用の動きを決定づける組織的要因の分析は必須であろう。また、税率変更の与える全体的な影響、管理者のみならず代理人の投資の効果とその誘因、そしてそれらに対する農民の反応などはふれないままであった。残念ながら、これらは本稿とは別な機会で試みざるをえない題材である。

付録

条件 (a. 1) ~ (a. 3) が成立するものとする。所与の $h \geq 0$ に対して、

$$\rho(x, h) = p_1(x, h)x + p(x, h)$$

と定義する。このとき、 $\rho(\xi(h), h) = 0$ であり、 $\rho(\mu(h), h) = p_1(\mu(h), h)\mu(h) + p(\mu(h), h) > 1$ である。これは、(a. 2) から $p(\mu(h), h) = 0.5$ であり、 $p(x, h)$ が区間内で凹関数であることによる。また、すべての $x \in (\xi(h), \mu(h))$ に対して、 $p_{11}(x, h) > 0$ であるので、 $\partial\rho/\partial x = 2p_1 + p_{11}x > 0$ で、単

調増加となる。このとき区間 $(\xi(h), \mu(h))$ において $\rho(x^*, h) = 1/a < 1$ をみたす x^* が存在する。したがって、その x^* に対しては $dx^*/dh = -(p_2 + p_{12}) / (2p_1 + p_{11}x^*) < 0$ が成立する。

すべての $x > 0$ に対し、 $\lim_{h \rightarrow \infty} p(x, h) = 1$ という仮定に対して、命題とは逆に $\lim_{h \rightarrow \infty} x^*(h) \geq \hat{x} > 0$ なる下限が存在するとしよう。このとき、 $a\rho(x^*(h), h) = 1$ に対して、 $\lim_{h \rightarrow \infty} a\rho(x^*(h), h) \geq \lim_{h \rightarrow \infty} ap_1x^*(h) + a \lim_{h \rightarrow \infty} p(\hat{x}, h) \geq a > 1$ となるので、矛盾する。つまり、 $\lim_{h \rightarrow \infty} x^*(h) \leq 0$ でなければならぬ。ところで、 $h \geq 0$ に対し $x^*(h) \geq 0$ であるので、 $\lim_{h \rightarrow \infty} x^*(h) \geq 0$ である。したがって、 $\lim_{h \rightarrow \infty} x^*(h) = 0$ 。

参考文献

- Elvin, M. [1973], *The Pattern of the Chinese Past*, Eyre Methuen.
 Meskill, J. [1965], *The Pattern of Chinese History*, Heath.
 North, D. [1981], *Structure and Change in Economic History*, Norton (中島正人訳『文明史の経済学』春秋社, 1989).
 Skinner, G. W. [1985], "Presidential Address : The Structure of Chinese History," *Journal of Asian Studies* 44, 271-92.
 Taagepera, R. [1978], "Size and Duration of Empire : Growth-Decline Curves, 3000 to 600 B. C.," *Social Science Research* 7, 180-96.
 ———— [1979], "Size and Duration of Empire : Growth-Decline Curves, 600 B. C. to 600 A. D.," *Social Science History* 3, 115-38.
 Usher D. [1989], "The Dynastic Cycle and the Stationary State," *American Economic Review* 79, 1031-44.