利他性と Wealth Distribution

海野洋一郎

1　はじめに

本論の目的は，利他性を用いて米国の Wealth distribution を分析した文献を概観する事である。とりわけ，シミュレーションを用いて Wealth distribution を導出したモデルに本論は焦点を当てることとする。

利他性を用いた Wealth distribution の分析は，以下のような理由で重要であると考えられる。既存の研究によると，純粋なライフサイクルモデルでは Wealth distribution の top tail に Wealth が集中している事実（表の第1行を参照）を説明できない。一方，譲渡や遺産による世代間移転が富裕層に集中している事から，これらの世代間移転が Wealth の不平等を説明できる可能性がある。更にこれらの世代間移転のなかで，親から子というパターンが最も多い事から，親が子に対して利他性を持つという仮定は，決して不自然ではないと考えられる。このような理論上の関心とは別に，利他性は経済政策に対して重要な含意を持つ。純粋なライフサイクルモデルのもとではリカードの中立命題は成立しない一方，純粋な無限期間ダイナスティモデルでは中立命題が成立することが知られている。つまりこれら2つのモデルでは，政策について正反対の結論となる。本論で取り上げる3モデルは，純粋なライフサイクルモデルと純粋な無限期間モデルの双方の要素を取り入れている。

本論の構成は以下のとおりである。次節では利他性と Wealth distribution を取り扱った代表的な3つのモデルをレヴューする。第3節では利他性と Wealth distribution を用いたモデルの今後の展望を行う事とする。

	1%	5%	10%	20%	50%	60%
1999 PSID	30.7	54.1	67.9	82.5	97.7	99.2
Fuster (1999)	4.3	17.7	31.6	53.3	−	98.6
De Nardi (2003)	18	42	−	79	−	100
Laitner (2001)	25	43.4	55.9	73.5	99.3	−

表：Wealth distribution のトップにおける wealth シェア（%）
注：第1行は1999年の PSID データを用い，筆者により作成

2 代表的なモデル

本説では，Fuster[1] の "2 sided" 利他性モデル，De Nardi[3] の "Joy of giving"モデル，Lainer[2] の "1 sided" 利他性モデルを取り上げる。

2.1 基本的な分析の枠組み

それぞれのモデルの前に，3つのモデルに共通な分析の枠組みについて概観したい。

- モデルはライフサイクルを記述する。すなわち(1)家計の形成，(2)子の誕生，(3)子が家計を離れ自身の家計を形成，(4)親の引退，そして(5)親の死といった事象がモデルの中で記述される。
- 個人は利他的な選好を持つ。利他的な選好のもとでは，親の目的関数が自身の消費流列からの効用だけでなく，子の消費流列，あるいは子への所得移転からの効用も考慮する。子供を親の目的関数にどう取り込むかによって3タイプのモデルに分類される：(1)"1 sided" の利他性（親から子への利他性），(2)"2 sided" の利他性（親から子への利他性，子から親への利他性），(3)"Joy of giving"（どれだけ子に所得移転したかが親の効用の一部）。
- 労働所得を得る能力の蓄積と，その親子間での継承が確率過程に従う。すなわち(1)能力はいかにライフサイクルの中で蓄積されていくか，

(2)親から子へいかに能力が継承されるか，がモデルの中で述べられる。

- 集計生産関数は以下のコブーダグラス型生産関数とする：

$$Y = K^{\alpha}L^{1-\alpha}, \alpha \in (0,1).$$

企業は利潤を最大化し，競争市場下で生産要素価格は限界生産物と等しくなる：

$$r = \alpha\frac{Y}{K} - \delta,$$

$$w = (1-\alpha)\frac{Y}{K}.$$

- 政府は (1)労働所得税，(2)資本所得税，(3)相続税，(4)社会保障税から税収を得て，(1)公共支出（外生的に決定），(2)引退世代への年金手当を賄う。
- 世代間の所得移転は (1)生存者間の移転 (inter vivos transfers)，(2)意図的な遺産，に分類される。
- 分析の焦点を定常状態での Wealth distribution とする。したがって生産要素価格は固定される。

2.2 “2 sided” 利他性モデル

2.2.1 仮定

Fuster[1] は 12 期間のモデルで 1 モデル期間は 5 年である。1 期目は 20 歳で始まり，7 期目の期首（50 歳）に子が生まれ，10 期目到達時（65 歳）に引退する。子は 1 期から 6 期まで親に養育してもらい，7 期目に新しい家計を形成し，自身の子が生まれる。生存リスクがないため，全員が 12 期末（80 歳）まで生きる。つまり，1 期から 6 期までは自身の親とオーバーラップし，7 期から 12 期までは自身の子とオーバーラップする。人口

成長はゼロと仮定する。家系の中では6期毎に子が生まれるが，経済全体では毎期子が生まれる。

能力 $z \in Z = \{H, L\}$ は1階のマルコフ過程に従う。H は能力が高いケース，L は能力が低いケースを表わす。z についての推移確率行列は

$$\Pi(z', z) = [\pi_{ij}]$$

の 2×2 行列となり，それぞれの要素は

$$\pi_{ij} = Pr\{z' = j \mid z = i\}.$$

となる。z は親の能力，z' は子の能力を表わす。z の値に対して個人の効率性労働単位の生涯プロファイル $\{\varepsilon_z(1), \ldots, \varepsilon_z(12)\}$ が与えられる。10期目期首に引退するので，$\varepsilon_z(j) = 0, j = 10, \ldots, 12$ となる。

親子とも同型の効用関数

$$u(c, l) = \frac{(c^{\sigma} l^{1-\sigma})^{1-\gamma}}{1-\gamma}$$

によって選好が記述される。c は消費，l は余暇を表わす。上述されたように親子は6期間生活を共にするが，この間共同で資源を共有し，単一主体として最大化すると仮定する。親子はお互いの効用の和を最大化する。家系の期待効用は以下のようになる。

$$E_0 \sum_{j=0}^{\infty} \beta^{jT} \sum_{t=1}^{T} \beta^{t-1} \{u(c^o(t,j), l^o(t,j)) + u(c^y(t,j+1), l^y(t,j+1))\}$$

ここでは，j は1家系における世代のインデックス，また家計の寿命は6期であるから $T = 6$ である。o は親のインデックス，y は子のインデックスとする。

2.2.2 家計の最大化問題

前述されたように，親子は一経済主体として共同で最大化を行う。a は

家計としての1期目の期首の資産，a' は6期目から持ち越す資産，z は親の能力，z' は子の能力を表わす。

この最大化問題は2つのステップに分けられる。

第一段階は家系の中の1世代の親子が (a, a', z, z') を所与として，家計としての効用の現在割引価値の和を最大化する。

$$
\begin{aligned}
&F(a, a', z, z') \\
&\equiv \max_{\{c^o(t), l^o(t), n^o(t), c^y(t), l^y(t), n^y(t)\}_{t=1}^{T}} \sum_{t=1}^{T} \beta^{t-1}[u(c^o(t), y^o(t)) + u(c^y(t), l^y(t))]
\end{aligned}
$$

s.t.

$$
\begin{aligned}
&\sum_{t=1}^{T} \frac{c^o(t) + c^y(t)}{(1+r)^{t-1}} + \frac{a'}{(1+r)^{T-1}} \\
&= (1+r)a + w(1-\tau_l)\sum_{t=1}^{T} \frac{n^y(t)\varepsilon_{z'}(t) + n^o(t)\varepsilon_z(t+T)}{(1+r)^{T-1}} \\
&+ \sum_{j=R}^{2T} \frac{1}{(1+r)^{j-(T+1)}} \left(\sum_{t=1}^{R-1-T} \frac{ssb_z\,(wn^o(t)\varepsilon(t+T))}{R-1} \right) \\
&+ \sum_{j=R}^{2T} \frac{1}{(1+r)^{j-1}} \left(\sum_{t=1}^{T} \frac{ssb_{z'}\,(wn^y(t)\varepsilon_{z'}(t)}{R-1} \right), \\
&n^y(t) + l^y(t) = 1, n^o(t) + l^o(t) = 1, \forall t.
\end{aligned}
$$

ここで τ_l は労働所得税，ssb は社会保障手当を表わす。

第二段階は第一段階の最大化をベースに，家系としての最大化を行う。

$$
\begin{aligned}
V(a, z, z') = \max_{a' \geq 0} F(a, a', z, z') + \beta^T[\pi_{z'H} V(a', z', H) \\
+ \pi_{z'L} V(a', z', L)]
\end{aligned}
$$

第二段階の解を $a' = h(a, z, z')$ とする。

2.2.3 定常状態

所与の社会保障 (ssb_z, τ_l) に対して，定常状態は

- 最適政策 $(c^o, l^o, n^o, c^y, l^y, n^y, h)$
- 経済全体の資本，労働，消費 (K, L, C)
- 生産要素価格 (w, r)
- 非可変の家計の分布 m

によって与えられ，以下の条件を満たす：

1. 最適政策が家計の最大化問題の解である。
2. 生産要素価格は競争市場で決定される。
3. 資本市場，労働市場はクリアする。
4. 社会保障予算は毎期均衡している。

2.2.4 モデルの結果と含意

Fuster[1] モデルは，生存リスクがなく親子共同で 6 期間の最大化を行う。したがってモデルはきわめてシンプルである。しかし，モデルから導出される Wealth distribution は実際のデータとはかなり違ったものとなっている（表を参照）。この理由としては，(1)将来の社会保障手当を担保に借入れ可能と仮定しているため，資産がゼロあるいは負になることはない，(2)50 歳で子が生まれるモデルの設定，などが考えられる。

2.3 “Joy of giving” モデル

2.3.1 仮定

De Nardi[3] モデルは 14 期間モデルで，1 モデル期間は 5 年である。1 期目は 20 歳で始まり，2 期目期首（25 歳）に子が生まれる。6 期目期首（45 歳）に子は親元を離れ，新たに自身の家計を作る。10 期目期首（65 歳）以降，j 期の生存確率 s_j となる（14 期末（90 歳）以降の生存確率ゼロ）。人口

成長はゼロとする。

$\varepsilon_j z_t$ を t 年における j 歳の労働初期保有量とする。ε_j は外生的に与えられる年齢—効率性プロファイルで，全員がこのプロファイルを持つ。能力の蓄積は確率過程 $\ln z_{t+1} = \rho_z \ln z_t + \eta$ に従う。z_p は親が40歳時の生産性で，子がひとたび相続するとゼロとなる。z_p は確率過程 $\ln z_p' = \rho_h \ln z_p + \mu$ に従う。z は親の能力，z' は子の能力である。子は自身が0期目，親が5期目の時に親の生産性を知り，親からの遺産の規模を推計する。親は10期目到達時に引退する。

自身の消費から選られる効用は

$$u(c) = \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma}$$

で表わされる。また，$\phi(b)$ は子に遺産を残すことから得られる親の効用とする。ここで b は相続税引き後の遺産を表わす。

2.3.2 家計の最大化問題

τ_a を資産税，τ_b を相続税，τ_l を労働所得税とする。家計の最大化問題は，生存リスクに直面するか否かで，以下の4通りに分類される。

- $j = 1$ から $j = 3$ までは，親子共に生存リスクには直面しない。

$$V(j, a, z, z_p) = \max_{c, a'} u(c) + \beta E_j V(j+1, a', z', z_p')$$

s.t.

$$c \leq [1 + r(1-\tau_a)]a + (1-\tau_l)\varepsilon_t z$$

$$a' = [1 + r(1-\tau_a)]a - c + (1-\tau_l)\varepsilon_t z$$

- $j = 4$ から $j = 3$ までは，親が生存リスクに直面する。

$$V(j, a, z, z_p) = \max_{c, a'} u(c) + \beta E_j V(j+1, a', z', z_p')$$

s.t.

$$c \leq [1 + r(1 - \tau_a)]a + (1 - \tau_l)\varepsilon_t z$$

$$a' = [1 + r(1 - \tau_a)]a - c + (1 - \tau_l)\varepsilon_t z + b' I_{z_p > 0} I_{z_p' = 0}$$

$$z_p{}' = \begin{cases} z_p & , with \quad s_{j+5} \\ 0 & , with \quad (1 - s_{j+5}) \end{cases}$$

● $j = 9$ では，自身が次期（第10期）に生存リスクに直面する。

$$V(j, a, z, z_p) = \max_{c, a'} u(c) + s_j \beta E_j W(j + 1, a') + (1 - s_j)\phi(b(a'))$$

ここで

$$\phi(b) = \phi_1 \left(1 + \frac{b}{\phi_2}\right)^{1-\iota},$$

s.t.

$$c \leq [1 + r(1 - \tau_a)]a + (1 - \tau_l)\varepsilon_t z$$

$$a' = [1 + r(1 - \tau_a)]a - c + (1 - \tau_l)\varepsilon_t z + b' I_{z_p > 0} I_{z_p' = 0}$$

$$z_p{}' = \begin{cases} z_p & , with \quad s_{j+5} \\ 0 & , with \quad (1 - s_{j+5}) \end{cases}$$

ϕ_1 は親が遺産を残すことにどれだけ関心があるか，ϕ_2 は遺産がどれだけ贅沢品であるかを示している。

● $j = 10$ から $j = 14 (= J)$ までは自身が生存リスクに直面する。

$$W(j, a) = \max_{c, a'} u(c) + s_j \beta W(j + 1, a') + (1 - s_j)\phi(b(a'))$$

s.t.

$$c \leq [1 + r(1 - r_a)]a + p$$

$$a' = [1 + r(1 - \tau_a)]a - c + p$$

ここで p は政府からの年金支給を表わす。また，$W(J+1,a) \equiv \phi(b(a))$ と定義される。

2.3.3 定常状態

ex_b を相続課税の基準値とする：すなわち $b(a') = a' - \tau_b \cdot \max(0, a' - ex_b)$。

定常状態は

- 最適政策 (c, a')
- 税率と移転 $(\tau_a, \tau_l, \tau_b, ex_b, p)$
- 生産要素価格 (w, r)
- 親の死亡時に個人が予測する遺産の条件分布 $\mu_b(x;\cdot)$
- 家計の非可変分布 m

によって与えられ，なおかつ以下の条件を満たす：

1. 生産要素価格と $\mu_b(x;\cdot)$ を所与として，最適政策が最大化問題の解である。
2. 税率 τ_l が政府の予算制約が毎期バランスするように設定される。
3. 資本市場，労働市場はクリアする。生産要素価格は競争市場で決定される。
4. $\mu_b(x;\cdot)$ が実際に親が残す遺産と一致する。

2.3.4 モデルの結果と含意

De Nardi[3] モデルでは，遺産と相続税の関係が明示的に捉えられている。ただ，一般的に "Joy of giving" モデルでは，親の利他性が子が望むものとは限らない。子にどれだけ譲渡あるいは遺産を提供したかが選好に反映されているのであって，子の消費が反映されているわけではない。子の能力に関わらず，子に資源を与えれば与えるほど親の効用が高くなるからである。

2.4 “1 sided” 利他性モデル

2.4.1 仮定

Laitner[2] モデルは68期間モデルで1モデル期間は1年である。第1期は22歳，5期目（26歳）に子が生まれる。27期目（48歳）に子は家計を離れ自身の家計を形成する。43期目（64歳）に親は引退する。人口成長は年率 $n=1.2\%$ とする。1−26期は生存リスクは存在しないが，27期以降，j 期の生存確率 s_j となる。保険数理上公正な生命保険が存在すると仮定する。j 歳の大人に対する税引き後の利子要素に1を足したものが

$$R_j = \frac{1+r(1-r)}{s_{j+1}/s_j}$$

となる。

e_j は人的資本と労働時間をかけたもの，g は1年あたりの労働増大的な技術進歩率に1を足したもの，z は家系ごとに異なる労働所得を得る能力とする。t 年に生まれた大人で j 歳かつ z の能力を持っている場合，労働供給は効率性単位で $e_j \cdot z \cdot g^{t+j+21}$ となる。e_j の年齢プロファイルは外生的に与えられる。家系 q の能力継承は確率過程 $\ln z_q{}' = \rho_h \ln z_q + \mu + v_q$ に従う。

自身の消費からの効用は

$$u(c) = \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma},$$

また，子の消費からの効用は

$$u^y(c) = \begin{cases} \psi^\gamma \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma}, & 1 \le j < 27 \\ 0, & j \ge 27 \end{cases}$$

で表わされる。

2.4.2 家計の最大化問題

27 期目の親は子は親元を離れ新しく家計を形成するので，親の選好は自身の効用にのみ反映される：

$$U^o(a_{27}, z, t) = \max_{c_j} \sum_{j=27}^{67} s_j \, \beta^{j-27} u(c_j, j)$$

s.t.

$$a_{j+1} = R_j - 1a_j + e_j \, z g^{t+j} w(1 - \tau - \tau^{ss}) + ssb(j, z, t)(1 - \frac{\tau}{2}) - c_j$$

$$a_{68} \geq 0$$

1−26 期目の親は子の消費からも効用を得る：

$$U^y(a_1, a_{27}, z, t) = \max_{c_j} \sum_{j=1}^{26} s_j \, \beta^{j-1} [u(c_j, j) + u^y(c_j^y, j)]$$

s.t.

$$a_{j+1} = R_{j-1} a_j + e_j \, z g^{t+s} w(1 - \tau - \tau^{ss}) - c_j - c_j^y$$

$$a_j \geq 0$$

上記の $U^o(a_{27}, z, t)$ と $U^y(a_1, a_{27}, z, t)$ から以下のベルマン方程式が得られる：

$$V^y(a_1, z, t) = \max_{a_{27} \geq 0} U^y(a_1, a_{27}, z, t) + \beta^{26} E_{z'|z} V^o(a_{27}, z, z', t)$$

$$V^o(a_{27}, z, z', t) = \max_{b_{27} \geq 0} U^o(a_{27} - b_{27}, z, t) + \chi V^y(T(b_{27}, t, z'), z', t + 26)$$

ここで b_{27} は親から子への世代間所得移転，$T(b_{27}, t, z')$ は相続税引き後に子が受け取る遺産を表わす。

2.4.3 定常状態

定常状態は

- 最適政策 (a_{27}, b_{27})
- 税率と移転 (τ, τ_{ss}, ssb)
- 生産要素価格 (w, r)
- $(b_{27}/g^t, z)$ の定常分布
- 非可変の家計の分布

によって与えられ，以下を満たす：

1. 生産要素価格と $(b/g^t, z)$ を所与として，最適政策は最大化問題の解である。
2. 税率 τ は政府予算が毎期均衡するように選択される。社会保障の税と給付は毎期均衡する。
3. 資本市場，労働市場はクリアする。生産要素価格は競争市場で決定される。

2.4.4 モデルの結果と含意

Laitner[2] モデルは本論で取り上げたモデルの中では，家計の構成が最も複雑で，他の２つのモデルと比べてさまざまな要素が取り入れられている。また Wealth distribution が最もデータに近いものとなっている。しかし，それでも上位 1−20% は説明しきれていない（表を参照）。

3 今後の展望

上述の３モデルから言えることは，利他性を導入しても Wealth distribution，特に富裕層を説明するのは困難であるということである。これらのモデルでは，能力，生存リスクといった要素がモデルに異質性を導入しているが，家族構成（親と子のペア）は同質である。したがって，結婚，離婚，出生といった事象を明示的にモデルに導入することによって家族構成がモデル内で決定される場合，Wealth distribution に異なる結果をもたら

す可能性がある。

参考文献

[1] Luisa Fuster. Is altruism important for understading the long-run effects of social security? *Review of Economic Dynamics,* Vol. 2, pp. 616-637, 1999.
[2] John Laitner. Weaith accumulation in the u.s.: Do inheritance and bequests play a significant role? mimeo, The University of Michigan, 2001.
[3] Mariacristina De Nardi. Wealth inequality and intergenerational links. *The Review of Economic Studies,* forthcoming.

付記
思えば吉岡先生のゼミの一員になった時から10年近くの歳月が経つ。大学4年になったばかりの頃，大学院進学を決め，出願のための推薦状を吉岡先生にお願いするために先生のオフィスへ伺った時のことを思い出さずにいられない。その時先生は,「いいですか，大学院は勉強するところではありませんよ。研究をするところです。それをちゃんと覚えておいてくださいね。」とおっしゃって，快く推薦状を書いてくださった。その時は先生がおっしゃったことの意味がよく分からなかったが，現在大学院で博士論文に取り組んでみてようやくその意味がわかってきたところである。本論が先生への少しばかりの恩返しとなれば幸いである。