Rothschild and Stiglitz モデルの解釈と拡張

小　平　　裕

1.　はじめに

Rothschild and Stiglitz (1976) は，情報が非対称的である市場において，均衡が存在しない可能性を指摘した先駆的な業績である。本稿では，Rothschild and Stiglitz モデルを簡潔に紹介して，主に図解によってその結論を説明する。最後に，拡張の方向を検討したい。

Rothschild and Stiglitz (1976) は，保険市場を取り上げて，非対称情報の場合に，すなわち保険の潜在的被保険者だけが自分の事故率（怪我や病気になる，自宅が火事になる等，保険金が支払われる事象が起きる確率）を知っているが，保険会社や他の被保険者達はそれを知らない場合に，保険会社が保険を提供することの問題を明らかにした。この論文で，Rothschild and Stiglitz は，非対称情報の下で，競争的な保険市場は非効率になり得ること，とりわけ潜在的被保険者達のリスク（すなわち，事故率）が異なるという意味で異なる種類の潜在的被保険者がいる場合には，保険市場には一括均衡あるいは分離均衡が存在しない可能性があることを指摘した。ここで，一括均衡とは異なる種類の潜在的被保険者が同じ保険契約を選択する均衡であり，分離均衡とは異なる種類の潜在的被保険者は異なる保険契約を選

択する均衡である。Rothschild and Stiglitz モデルに一括均衡が存在しないことは，一定の条件の下で，分離均衡だけが可能であることを意味する。そして，分離均衡が実際に存在する場合には，その均衡は Pareto の意味で効率的ではないことも示した。これは，高リスク個人が低リスク個人に対して負の外部性を作り出していることと，保険会社が潜在的被保険者のリスクの水準を識別できないことによるものである。

Rothschild and Stiglitz (1976) で得られた主な結論は以下の３つである。すなわち，第１に，不完全情報の市場では，競争的売り手（保険会社）は自分の持つ買い手（潜在的被保険者）に関する情報を改善しようとして，自分の選択を変える。第２に，競争的保険市場に均衡は存在しない可能性がある。第３に，均衡が実際に存在するとしても，その均衡は Pareto 効率的ではない。

2.　Rothschild and Stiglitz **モデル**

Rothschild and Stiglitz (1976) が想定する経済は，以下のようである。

(1)　自然の状態として，保険事故にあわない事象と事故が起きる事象の２つがある。

(2)　潜在的被保険者はリスク回避的であり，２つの自然の状態からの期待効用を最大化する。２つの自然の状態の間に所得効果はない（すなわち，潜在的被保険者は所得に関わりなく，同じ比率の財サービスの組み合わせを需要し，所得に基づいて需要量を調整する）。

(3)　保険会社はリスク中立的であり，期待利潤を最大化する。保険市場への参入に費用はかからず，保険会社は完全競争をしている。

(4)　潜在的被保険者はそれぞれ，自分自身の事故率を知っているが，他の潜在的被保険者の事故率は知らない。保険会社は，潜在的被保険者の事故率の保険数理的平均を知っているが，個別の潜在的被保険者の事故率は知らない。

以上の想定の下で，事故の起きない事象においては所得 w を，もし事故が起きたならば所得 $w - d$ を得るリスク回避的個人を考えよう。この個人は期待効用を最大化するために，その事故に対して保険に入ることができる。つまり，δ_1 という保険料を支払う代わりに，もし事故が起きれば，純額 δ_2 を受け取る保険を考えよう。ここで，δ_2 は保険料を差し引いた純受取額である。保険がなければ，その２つの自然の状態におけるその個人の所得は $y^0 = (w, w - d)$ であるのに対して，保険を購入すると $(w + \delta_1, w - d + \delta_2)$ になる。ここで，保険料 δ_1 は負の金額とした扱われる一方で，純便益 δ_2 は正の金額であること，すなわち $\delta_1 < 0$ かつ $\delta_2 > 0$ であることに注意せよ。これは，保険契約を保険会社ではなく被保険者の視点から見ていることを意味する。この保険契約は，$\delta = (\delta_1, \delta_2)$ によって定義される。

保険契約の需要面から検討しよう。潜在的被保険者は，自分の所得を自然の状態を越えて変更するために保険を需要する。潜在的被保険者の所得を $y = (y_1, y_2)$ と表そう。ただし，y_1 は状態 $_j (j = 1, 2)$ における所得である。期待効用は,

$$V(p, y) = (1 - p)u(y_1) + pu(y_2)$$

により与えられる。ただし，u は効用関数であり，p は事故の確率である。あるいは，保険契約 δ の価値は,

$$\nu(p, \delta) = \nu(p, w + \delta_1, w - d + \delta_2)$$

と表すこともできよう。この定式化により，私たちは所得空間ではなく契約空間において検討することができるようになる。その個人は，適切な制約の下で $V(p, y)$ あるいは $\nu(p, \delta)$ を最大化する契約を選択する。明らかに，$\nu(p, \delta) > \nu(p, 0)$ であるような δ が存在する場合に限り，その個人は保険を購入する。

続いて，保険契約の供給面を検討する。リスク中立的であると仮定される保険会社の行動は，期待利潤により説明される。事故率が p である個人に保険契約 δ を販売するとき，期待利潤は，

$$\pi(p, \delta) = -(1-p)\delta_1 - p\delta_2 = -\delta_1 - p(\delta_2 - \delta_1)$$

により与えられる。また，保険市場への自由参入を仮定しているので，均衡では $\pi(p, \delta) = 0$ が成立する。

潜在的被保険者は自分の事故率を知っているが，保険会社は知らないと仮定する。また潜在的被保険者は，自分が事故を起こす性向を除き，あらゆる点で同一であると想定する。

潜在的被保険者達は保険を１契約しか購入できない（排他的契約）と仮定する。すなわち，保険会社は価格と数量の設定者である。このとき，競争的保険市場における均衡は，潜在的被保険者達が期待効用を最大化するときに，以下を満たすような契約の集合である。すなわち，

(1)　均衡集合に属する契約は，期待利潤を負にしない。

(2)　もし提供されれば，非負の利潤を生み出すことができる均衡外の契約は存在しない。

3.　事故率が同一である場合

潜在的被保険者の事故率が同一である場合には，保険会社は完全情報を持つ。自由参入は，保険会社の期待利潤０を意味するので，

$$\Delta = \{\delta | \pi(p, \delta) = 0\}$$

は，競争的保険会社が提供する保険契約の集合を表す。ここで，保険加入前の所得を $y^0 = (w, w-d)$ と表そう。このとき，$Y = y^0 + \Delta$ は，期待利潤が０になる２つの自然の状態における対応する所得の集合であり，公正保険料集合と呼ばれる。

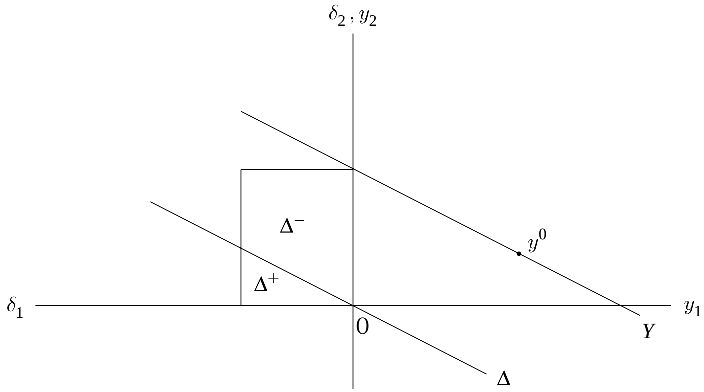

図１：公正保険料集合

$$Y = \{y = (y_1, y_2) | (1-p)y_1 + py_2 = (1-p)w + p(w-d)\}$$

公正保険料集合の契約と所得の組み合わせは，**図１**に示される。また，正の利潤と負の利潤をもたらす契約の集合はそれぞれ，

$$\Delta^+ = \{\delta | \pi(p, \delta) > 0\}$$
$$\Delta^- = \{\delta | \pi(p, \delta) < 0\}$$

により与えられる。

$\nu(p, \delta)$ を最大化し，収支均衡する保険契約 δ は，問題

maximize $\nu(p, \delta)$
subject to $\delta \in \Delta$

あるいは同値であるが，

maximize $V(p, Y)$
subject to $y \in Y$

の解である。最適な δ より選好される保険契約がもしあるとすれば，そのような保険契約の期待利潤は負になることに注意せよ。この問題は, Lagrange 関数 L を用いて,

（1）　$$\text{maximize } L(\delta,\lambda)=\nu(p,\delta)+\lambda\{(1-p)\delta_1+p\delta_2\}$$

と書き換えることができる。1階の条件

（2）　$$\frac{\partial L}{\partial \delta_1}=\frac{\partial \nu}{\partial \delta_1}+\lambda(1-p)=0$$

（3）　$$\frac{\partial L}{\partial \delta_2}=\frac{\partial \nu}{\partial \delta_2}+\lambda p=0$$

（4）　$$\frac{\partial L}{\partial \lambda}=(1-p)\delta_1+p\delta_2=0$$

より，最適保険契約の条件

（5）　$$\frac{\frac{\partial \nu}{\partial \delta_1}}{\frac{\partial \nu}{\partial \delta_2}}=\frac{1-p}{p}$$

が従う。ただし,（5）の左辺は期待効用関数の限界代替率 MRS であり, 右辺は競争的保険契約の傾きの絶対値 $\frac{1-p}{p}$ である。ここで,

$$\frac{\partial \nu}{\partial \delta_1}=\frac{\partial}{\partial \delta_1}((1-p)u(w+\delta_1)+pu(w-d+\delta_2))=(1-p)u'(w+\delta_1)$$

$$\frac{\partial \nu}{\partial \delta_2}=\frac{\partial}{\partial \delta_2}((1-p)u(w+\delta_1)+pu(w-d+\delta_2))=pu'(w-d+\delta_2)$$

を使って限界代替率を書き換えると，最適保険契約の条件(5)は,

（6）　$$\frac{(1-p)}{p}\frac{u'(w+\delta_1)}{u'(w-d+\delta_2)}=\frac{1-p}{p}$$

と表すことができる。$w+\delta_1=w-d+\delta_2$，つまり $d=\delta_2-\delta_1$ である

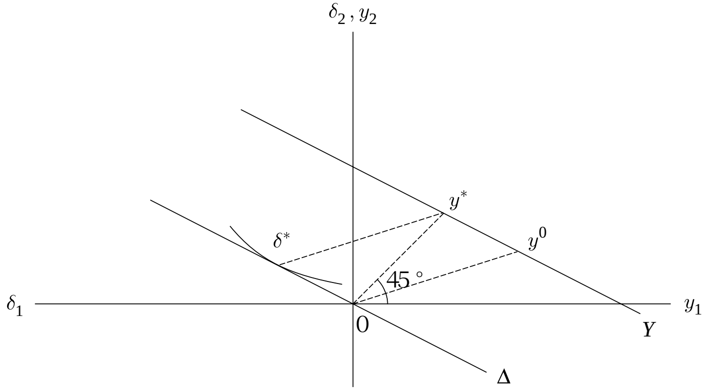

図 2：完全情報の下の均衡

場合そしてその場合に限り，条件(6)は成立する。潜在的被保険者達はリスク回避的であるので，$y* = y^0 + \delta*$ は原点を通る 45 度線と公正保険料線の交点に位置する。均衡においては，各潜在的被保険者は完全保険，すなわち最適保険契約 $\delta*$ を購入する（**図 2** 参照）。

4.　非対称情報の場合

次に，保険市場の需要側に事故率が異なる潜在的被保険者がおり，情報が非対称である経済を想定しよう。すなわち，事故率 p^L をもつ低リスク個人と事故率 $p^H > p^L$ をもつ高リスク個人である。σ を高リスク個人の割合としよう。すると，平均事故率は,

$$\overline{p} = \sigma p^H + (1-\sigma)p^L$$

により与えられる。ここで，非対称情報とは，各個人は自分の事故率 $p^i(i = L, H)$ を知っているが，保険会社は平均事故率 $\overline{p}$ だけを知っていることを意味する。この市場で成立する可能性のある均衡は，両種類の潜在的被保険者が同じ保険契約を購入する一括均衡と異なる種類の顧客は異

なる契約を購入する分離均衡の何れかである。Rothschild and Stiglitz (1976) は，一括均衡は均衡契約になり得ないと主張する。

命題（一括均衡の不可能性）：非対称情報，リスク中立的な保険会社，リスク回避的な被保険者が与えられたとき，一括契約は均衡保険契約として存在し得ない。

（証明の概略）　保険契約 α を，$\Delta(\overline{p})$ における一括契約としよう。$\pi(\overline{p}, \alpha) = 0$ であることが従う。保険 α では,

$$\mathrm{MRS}^{L} \equiv \frac{\frac{\partial \nu^{L}}{\partial \delta_1}}{\frac{\partial \nu^{L}}{\partial \delta_2}} = \frac{(1-p^{L})}{p^{L}} \frac{u'(w+\alpha_2)}{u'(w-d+\alpha_1)}$$

$$> \frac{(1-p^{H})}{p^{H}} \frac{u'(w+\alpha_2)}{u'(w-d+\alpha_1)} = \frac{\frac{\partial \nu^{H}}{\partial \delta_1}}{\frac{\partial \nu^{H}}{\partial \delta_2}} \equiv \mathrm{MRS}^{H}$$

であることを観察せよ。すなわち，保険契約 α では，低リスク個人の無差別曲線の傾きは高リスク個人の無差別曲線のそれよりも大きい。よって,

$$\nu(p^{L}, \beta) > \nu(p^{L}, \alpha)$$

かつ

$$\nu(p^{H}, \alpha) > \nu(p^{H}, \beta)$$

が成立するような保険契約 β が存在する（**図 3**)。また，$\beta \in \Delta^{+}(\overline{p})$ であるような契約 β が存在することが従う。保険契約 β は $\nu(p^{L}, \beta) > \nu(p^{H}, \alpha)$ であるように選択されているので，低リスク個人は皆，契約 β に切り替えてしまう。$\alpha \in \Delta^{+}(p^{L})$ であるから，これでは契約 α の期待利潤は負になることになる。

　次に，分離均衡の可能性を検討しよう。各契約は均衡では，利潤 0 とな

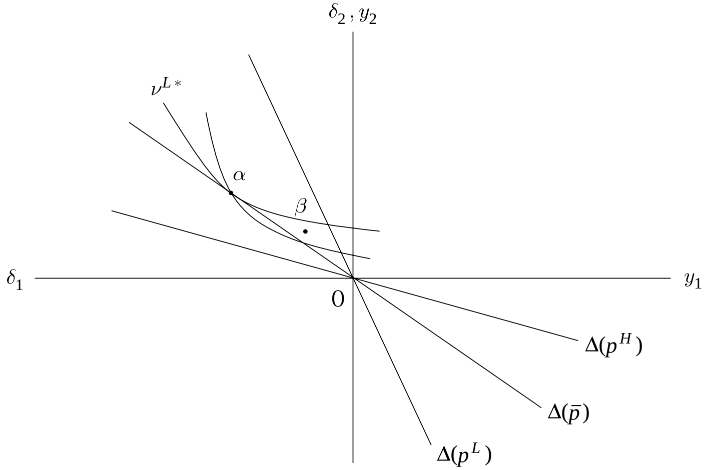

図 3：非対称情報の下での一括均衡の不可能性

らなければならないから，低リスク個人は $\pi(p^L, \delta^L) = 0$ となるような契約 δ^L を購入する筈であり，高リスク個人は $\pi(p^H, \delta^H) = 0$ となるような契約 δ^H を購入する筈である。ここで，

$$\frac{1-p^L}{p^L} > \frac{1-p^H}{p^H}$$

であることを思い出せ。

図 4 の δ^L の北西の $\Delta(p^H)$ 上の保険契約はどれも，$\nu(p^H, \delta) > \nu(p^H, \delta^H)$ を与え，したがって高リスク個人から低リスク個人を分離するのに利用できない。保険契約 δ^L は $\Delta(p^L)$ 上にあり，低リスク個人によって最も選好される保険契約であるので，もし存在すれば，(δ^L, δ^H) は分離均衡である。

もし条件

(i) $\pi(\overline{p}, \gamma) > 0$

(ii) $\nu(p^H, \gamma) > \nu(p^H, \delta^H)$

(iii) $\nu(p^L, \gamma) > \nu(p^L, \delta^L)$

が満たされる場合（**図 5** 参照）には，この分離均衡を阻止するために一括契約 γ が利用できる。ゆえに，一括契約 γ は，保険契約 (δ^L, δ^H) が分離均衡になることを阻止する。

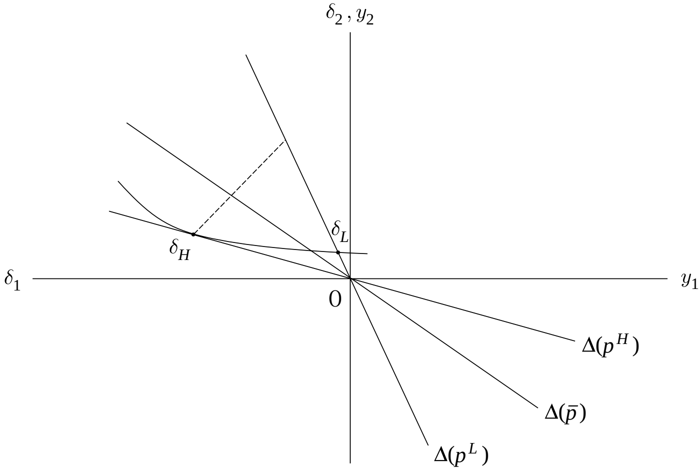

図 4：非対称情報の下での分離均衡

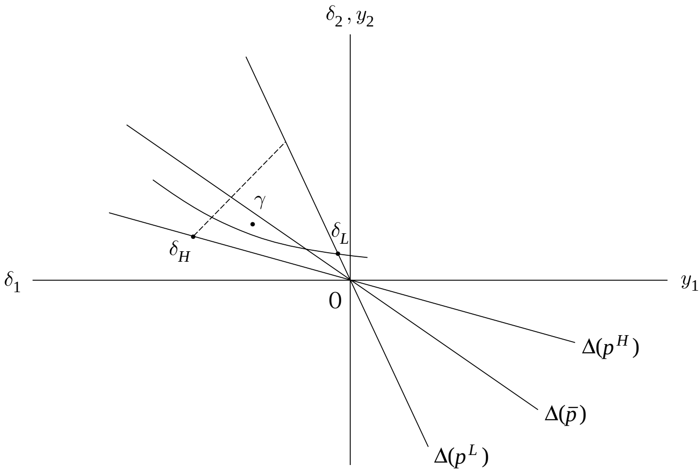

図 5：非対称情報の下での一括契約

5.　Rothschild and Stiglitz **モデルの拡張**

(1)　以上は，潜在的被保険者のタイプ（リスク・クラス）が低リスク，高リスクの２つであると想定した分析であった。ここで，リスク・クラスの数を増やして，被保険者のタイプの連続体を考えると，均衡は成立し難くなる。同じ情報の制約の下で，利潤０条件の制約を受けない保険会社は厳密に Pareto 改善的な契約を提供する可能性がある。

(2)　次に，潜在的被保険者が購入できる保険は１契約だけという排他的契約の仮定を緩和することを検討しよう。排他的契約を徹底するには，保険会社の間に暗黙裡であるか明示的であるかを問わず，何らかの協力がなければならない。もしその仮定が外されるならば，違う種類の均衡契約の対が Nash 均衡として出現する。新しい Nash 均衡は常に存在し，同時に（**図６**に示されるように）一括均衡も可能である。

$\delta = \beta + \gamma$ としよう。契約 ε では，

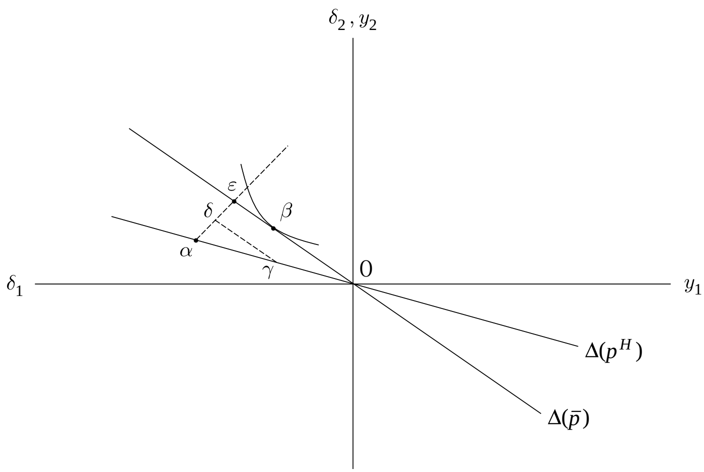

図６：排他的契約の仮定が外された場合の一括均衡

$$\frac{\frac{\partial \nu^L}{\partial \delta_1}}{\frac{\partial \nu^L}{\partial \delta_2}} = \frac{1 - p^L}{p^L} > \frac{1 - \overline{p}}{\overline{p}}$$

である。よって，一括契約が与えられたとき，低リスク個人は完全保険を選択しない。

１契約だけという制約がなく，保険会社が情報を共有しないならば，均衡契約の対 (β, γ) が存在する。高リスク個人は常に $\delta = \beta + \gamma$ を購入するであろうが，低リスク個人は ε を購入するであろう。すなわち，それぞれ完備保険と部分保険である。上と同じ手続きを使って，潜在的な保険契約の対を分離均衡として分けることはできないことに注意せよ。

（3） Rothschild and Stiglitz モデルで用いられた均衡は，ゲーム理論の用語でいえば，第１段階で保険会社が同時に保険契約を申し出て，第２段階で潜在的被保険者が利用可能な保険契約の中から自分の選好する保険契約を選択する２段階ゲームの純粋戦略部分ゲーム完全 Nash 均衡である。技術的には，均衡の非存在は，保険会社の利得関数の不連続性に由来する。実際，第１段階における保険条件の僅かな変更により，与えられたタイプの被保険者全員が別の保険契約に切り替えることになり，したがって保険会社の期待利得の不連続な変化を引き起こす可能性がある。Dasgupta and Maskin (1986a, b) は，不連続な利得関数を持つゲームにおける混合戦略均衡の存在定理を証明しており，また Rosenthal and Weiss (1984) は Spence (1973) の教育選択モデルについて混合戦略均衡を構築することにより，これらの結果を示した。

Rothschild and Stiglitz モデルにも，同様な均衡は存在する。しかし，保険契約を申し出る段階で，保険会社が混合戦略をプレイすると仮定することは，非対称情報を持つ市場の文献において合理的な仮定と考えられてこなかった。実際，均衡の非存在問題に取り組んだ研究者達は，Rothschild and Stiglitz モデルの簡単なそして自然な時間軸の設定から離れてしまっ

た。Miyazaki (1977), Spence (1978), Wilson (1977) の「予想均衡」anticipatory equilibrium, Riley (1979) の「反応均衡」reactive equilibrium, Hellwig (1987) や Engers and Fernandez (1987) により導入された様々な均衡概念を使えば，均衡の存在を示すことができるが，ゲームやその予想の構造が非常に恣意的になってしまう。

参 照 文 献

Bond, E., and K. Crocker (1991) “Smoking, Skydiving and Knitting: The Endogenous Characterization of Risks in Insurance Markets with Asymmetric Information,” *Journal of Political Economy* 99: 177-200.

Dasgupta, P., and E. Maskin (1986a) “The Existence of Equilibrium in Discontinuous Economic Games I: Theory,” *Review of Economic Studies* 53: 1-26.

Dasgupta, P., and E. Maskin (1986b) “The Existence of Equilibrium in Discontinuous Economic Games II: Applications,” *Review of Economic Studies* 53: 27-41.

Dubey, P., and J. Geanakoplos (2002) “Competitive Pooling: Rithchild-Stiglitz Reconsidered,” *Quarterly Journal of Economics* 116: 1529-1570.

Engers, M. and L. Fernandez (1987) “Market Equilibrium with Hidden Knowledge and Selfselection,” *Econometrica* 55: 425-439.

Hellwig, M., (1987) “Some Recent Developments in the Theory of Competition in Markets with Adverse Selection,” *European Economic Review* 31: 319-325.

Miyazaki, H., (1977) “The Rat Race and Internal Labor Markets,” *Bell Journal of Economics* 8: 394-418.

Riley, J., (1979) “Informational Equilibrium,” *Econometrica* 47: 331-359.

Rothschild, M., and J. E. Stiglitz (1976) “Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay on the Economics of Imperfect Information,” *Quarterly Journal of Economics* 90: 630-649.

Spence, M., (1973) “Job Market Signaling,” *Quarterly Journal of Economics* 87: 355-374.

Spence, M., (1978) “Product Differentiation and Performance in Insurance Markets,” *Journal of Public Economics* 10: 427-447.

Wilson, C., (1977) “A Model of Insurance Markets with Incomplete Information,” *Journal of Economic Theory* 16: 167-207.