

数学者ブラームス

——カノンの模倣に関する数理的技法の利用

三島 理

序

本論の目的は、19世紀の対位法作曲家ヨハネス・ブラームス (Johannes Brahms, 1833–1897) のカノンの模倣 (カノンやフーガ) に関する技法を調査する事により、彼の数理的思考を明らかにする事である。古代ギリシャの音楽理論に基づく西洋音楽は数理に支配されているが¹、音楽と数学の関係に関する研究はバロック以前と現代の音楽作品に集中する傾向がある²。言い換えると、その様な研究においてロマン派音楽は十分に扱われてこなかった。だが近年の研究は、19世紀の作曲実践が数理的思考と関わる事を示唆する³。それらはロマン派音楽の理解を高めると期待される。

ブラームスは19世紀の作曲家の誰よりもカノンに真の関心を抱き、カノン書法に対する彼の偏愛は、彼のバロック音楽への関心とルネサンスの巨匠の作品の研究によってかき立てられた⁴。伝統的なカノンの創作において模倣の音程、時間差、声部数など数的要素の設定は不可欠だが、三島 (2015) はブラームスのピアノ変奏曲のカノンの模倣の音程と変奏 (あるいは小曲) の配列の距離が数的に対応する構成原理を見出した。同時代のF.メンデルスゾーン (1809–1847) の変奏曲において先取りされたこの原理は、彼らの変奏曲の理想だったJ. S. バッハの《アリアと種々の変奏》BWV988 (1741) (以下《ゴルトベルク変奏曲》) が示す数学的な音程カノンに基づいており、18世紀の模倣技法の教育と密接に関連していた⁵。

A. シェーンベルク (1874–1951) は作曲家と数学者の精神の類似を示し、ブラームスを20世紀に繋がる進歩主義者とした⁶。既にブラームス研究は個別作品の簡素な数的構成を部分的に示唆しており⁷、本論はカノンの模倣を手掛かりにブラームスの数理的思考の様相を示す。なお本論は数象徴や数秘学、修辞法の領域に触れず、また書簡などの検討は最小限に留め⁸、作品分析に専念する。各曲の情報はMcCorkle (1984) に従う。

第1章 カノンの模倣の時間差に関する技法

本章はカノンの模倣の時間差に関する技法を考察する。過去の作品には模倣の音程や時間差に従いカノン群が順次配列される範例があり、パレストリーナのミサ曲《*Repleatur os meum*》C vi, 136 (1570) の第1から第8曲のカノンの音程は8から1度に、時間差は8から1セミブレヴィスに順次に減る⁹。この音程カノンに付くいわば「時間差カノン」はフーガのストレットを思わせるが¹⁰、ブラームスの1862年のピアノ変奏曲はカノンの時間差を半減させ、《自作主題による変奏曲》作品21-1の第5変奏の反行カノンは2から1小節遅れに、《ハンガリーの歌による変奏曲》作品21-2の最終変奏の中のカノンは1から1/2小節遅れになる¹¹。

これは既に1854年の《ピアノ・ソナタ》作品5に現れ、第3楽章の主要主題は2、1小節遅れの模倣、ユニゾン（時間差なし）の「2, 1, 0」を示す¹²（mm. 70～; 78～; 82～）。第5楽章のロンドの第2クプレの旋律も1、1/2小節遅れのカノン、縮小形の同時の模倣¹³（時間差なし）の「1, 1/2, 0」を示す（mm. 164～; 185～; 253～）。コーダの最後のカノン（mm. 341～345）は8分音符3、2、1個遅れの模倣、同時の和音、ユニゾンのロンド主題（mm. 349～）に達し「3, 2, 1, 0」を示す。

《ピアノ四重奏曲》作品25 (1863) の第1楽章の展開部は、1、1/2、1/4小節遅れの模倣、ユニゾンの「1, 1/2, 1/4, 0」を示す¹⁴（mm. 196～; 208～; 217～; 232～）。《ヘンデルの主題による変奏曲とフーガ》作品24 (1861) のフーガでは、8分音符2、1個遅れの自由模倣が同時の部分に達し「2, 1, 0」を示し（mm. 44～; 67～）、持続の音価に関しても「4, 3, 2, 1」（2分、付点4分、4分、8分音符）を示す¹⁵（mm. 44～）。《ドイツ・レクイエム》作品45 (1869) の第6曲のフーガ（mm. 208～）では、時間差が時折最初のものに戻りつつ半減し、同時の部分（mm. 288～; 314～; 338～）に達し「4, 2, 1, (4), 1, 1/2, 0, (4), 1, 1/2, 0, 2, 1, 1/2, 0」を示し、同様に《第1交響曲》作品68 (1877) の第4楽章の模倣部分（mm. 232～）も反行形の同時の模倣（mm. 279～）に達し「1, 1/2, (1), 1/4, (1), 1/4, 0」を示す（数字の単位は小節）。

曲の一部でなく小曲全体で規則性が一貫する事例、《6つのピアノ小品》作品118 (1893) の第6曲は、開始の旋律による4、2、1小節遅れの模倣、ユニゾンの「4, 2, 1, 0」を示す【**譜例1**】。中間部（mm. 40～）では、別の旋律が8、6小節の間隔で旋律冒頭を示し（つまり8、6小節の楽節が並列的に置かれ）、同時に開始の旋律は6小節の間隔を空けて重なり、最後に4、2小節遅れの模倣、ユニゾンが戻り「(8, 6,) 4, 2, 0」を示す。

以上の事例では、時間差が半減あるいは順次に減り、最後に同時（時間差なし）になるが、数学的に厳密にいうと半減の規則性は「1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32, …」と永続し、0にはならない。実際の音楽の流れにおいて時間差の細分化が進むと認識困難になり、ある程度で0つまり同時にするのが妥当である。これは厳密な数学というより音楽実践に即す規則性といえる。

こうした規則性は彼に特有ではなく、メンデルスゾーンの《ピアノ三重奏曲》作品66 (1846) の第4楽章は、冒頭から弦楽器による4、3、2、1小節遅れの模倣を行い、ユニゾンと重音の第2主題に達し（mm. 49～）「4, 3, 2, 1, 0」を示す。第1楽章の展開部では（mm.

【譜例 1】 作品 118 の第 6 曲冒頭（伴奏は省略）の模倣の時間差の規則性「4, 2, 1, 0」

172～)、時間差が半減し「4, 2, 1, 1/2, 0」となる。前者の第1主題はブラームスの作品5の第3楽章の主要主題に、後者の第1主題は同じく作品60の第4楽章の第1主題に用いられた¹⁶。彼はメンデルスゾーンの主題とともに規則性を踏襲し、曲中で頂点や終止に達する表現手段とした。

ブラームスは18世紀の理論家F.W. マールプルクラの書を利用し、ほぼ最初のフーガ書法の習作《2つのジグ》作品番号なし4 (1855) を作曲した¹⁷。その模倣は2、1/4、1/2小節、同時など様々な時間差によるが、マールプルクはバッハらのフーガを参照し、フーガ主題の1/2小節及び、ストレットの様に連続する拍に現れる置き換えを検討した¹⁸。彼の教育は様々な種類のカノンやフーガ（のストレット）を書くための予備的研究とし¹⁹、ブラームスの規則性のストレットの様な扱いに近い。このジグの作曲研究は、彼が1856年にJ. ヨアヒム（1831–1907）と共同で進めた対位法の訓練と密接に結びついているが²⁰、1854年の《シェーマンの主題による変奏曲》作品9の中の4つのカノンはブラームスのカノン研究の最初の結実で、その第10変奏は、同時と1小節遅れの模倣が交替する規則性「0, 1, 0, 1, 0」を示しており²¹、当時既に種々の模倣技法は体系的に用いられた。

ブラームスの影響下で教育されたシェーンベルクは、基本声部の反復を異なる音程、拍子、反行、拡大などの組合せで模倣する多形態カノンによって、弟子にカノンの対位法結合を教育した。彼らは多形態カノンをフーガのストレットを書くための準備とし、マールプルクラ過去の多形態カノンに関する理論書を参照した²²。18世紀の体系的な模倣技法はある旋律による模倣の様々な音程、時間差の組合せを検討し、順列・組合せの数理から当時の結合術やさいころ音楽と繋がる²³。規則性は対位法の体系的教育の1つの結果となり、ブラームス作品の数理的思考を例証する。

第2章 カノンの模倣の音程に関する技法

カノンの模倣の音程に関する技法については、序で示した通り、音程カノンの構成原理 (PI) が様々な作曲家の作品において見出された²⁴。一般に音程カノンは、第1曲に1度、第

2曲に2度、第3曲に3度という具合に、第8曲の8度のカノンまで順次に置かれるものだが、PIとは、例えば第3曲のカノンの3度が第1、第3曲の距離「3」に対応する様に、模倣の音程と小曲同士の距離が対応する原理を指す。PIの分析方法としては、正確な模倣を行う小曲とその模倣の音程を抽出し、当該小曲の配置の順番上の隔たりを小曲同士の「距離」と捉え、模倣における音程の隔たりである「模倣の音程」との間に数的な対応があるか見極める²⁵。本章はブラームスによるPI利用を追究する。

メンデルスゾーンの場合²⁶と異なり、ブラームスはPI学習の形跡を残していないが、前述の変奏曲作品9はPIの初期の好例となる。後年シェーンベルクは作品9を「ブラームスの最も完璧な作品」と呼んだとされ、彼の高弟H.アイスラーもこれを評価し自身の作曲レッスンにおいて音楽分析の訓練に使った²⁷。

fis-mollの主題と全16変奏の作品9において、ブラームスはバッハの《ゴルトベルク変奏曲》の例に従い対位法芸術の全ての資源を示し²⁸、第8変奏を完全8度下、第10変奏を長3度下、第14変奏を短2度上、第15変奏を長6度下のカノンにした(模倣の音程の長短については単にカノン冒頭から取ったものである)²⁹。第8変奏のカノンの8度下は第8、第1変奏の距離「8」、第10変奏の3度下は第10、第8変奏の距離「3」、第14変奏の2度上は第14、第15変奏の距離「2」、第15変奏の6度下は第15、第10変奏の距離「6」に対応し³⁰、カノンによるPIを構成する【図1】。

カノン以外には第2、第11変奏が同度の模倣あるいは反復を行い³¹、また第10変奏冒頭は3度の同時の模倣だが、高声部の旋律が上に移動して増4度(d-gis)³²に拡がる(mm. 7~8)【譜例2】a)。3度は第10、第8変奏の距離「3」に対応していたので、その高声部(PIでは第10変奏の位置)の旋律が上に移動した結果の4度は、第11、第8変奏の距離「4」に対応する³³【図1】。

第10変奏はその後長3度下の1小節遅れの反行カノンを始めるが、次第に長6度上(d-h)の縮小の模倣と同度(h-h)の反行カノンも現れる(mm. 14~16)。6度上は第10、第15変奏の距離「6」に対応し、同度は第10変奏の位置を指す。第10変奏は2声の短7度あるいはその複合音程の短14度(a-h)の反行の同時の模倣となり(mm. 17~)、完全8度上(his-his)の順行と減7度下(a-his)の反行の1小節遅れの3声カノンとなり、それはcisを起点に2声の短3度(cis-e)の反行の同時の模倣となる(mm. 21~28)【譜例2】b)。8度上と7度下は第1、第8、第14変奏の距離「8」「7」(開始を14度とすれば第1、第14変奏の距離「14」)、続く3度は第8、第10変奏の距離「3」に対応し³⁴、PIは徹底する【図1】。

ブラームスは、この曲と同じ主題に基づき同時期に出版されたC. シューマンの同名の変奏曲(作品20)が用いる5度のカノンの可能性に故意に手をつけておらず、彼女が用いる8度の1小節遅れのカノンについても、ブラームスの同じ音程のカノン(第8変奏)は2小節遅れで、時間差が異なる³⁵。2人は模倣の音程と時間差を使い分けた上で、全ての模倣の音程を揃えた。

5度のカノンの回避は、ブラームスの短6度下のカノン(第15変奏の中間部)が模倣の5度下への「ずれ」を回避した事と符合する。すなわちGes-durの第15変奏の、模倣の増5度下への「ずれ」(a-des)が生じ得る箇所では、模倣声部において(平行短調の)音階構成音des

が異名同音 cis (すなわち主題の調 fis-moll の音階構成音) に読み替えられ、模倣の短6度下 (a-cis) を保つ (mm. 9~12) 【譜例3】。

第8、第14、第15変奏はほぼ完全なカノンだが、5度でない「ずれ」は許容され、第8変奏の8度下のカノンの模倣声部の旋律の一部は上がり、8度下が短7度下 (e-fis) に縮む (mm. 12~14)。第14変奏の2度上のカノンの模倣声部の旋律の一部は上下し、2度上が短3度上 (h-d) に拡がり増1度 (e-eis) に縮む (mm. 9~11; 18~20)。第15変奏の6度下のカノンの先導声部の旋律の一部は上がり、6度下が減(短)7度下 (ces-d; f-g) に拡がる³⁶ (mm. 14~16) 【譜例3】。第8変奏の8度下は、第8、第1変奏の距離「8」に対応していたので、その模倣声部 (PIでは第1変奏の位置) の旋律が上がった結果の7度下は、第8、第2変奏 (同度の模倣) の距離「7」に対応する。同様に、第14変奏の2度上は、第14、第15変奏の距離「2」に対応していたので、その模倣声部 (PIでは第15変奏の位置) の旋律が上下した結果の3度上と1度は、第14、第16変奏 (最終変奏) の距離「3」、第14変奏の位置「1」に対応する。第15変奏の6度下は、第15、第10変奏の距離「6」に対応していたので、その先導声部 (PIでは第15変奏の位置) の旋律が上がった結果の7度下は、第16、第10変奏の距離「7」に対応する 【図1】。模倣の「ずれ」すら配列の距離に限なく対応し、PIは徹底した。PIにおいて、主題の高声によるカノン (第8、第14、第15変奏) の「ずれ」は、主題の低声を用いる変奏 (第2、第16変奏) を指示し、主題の低声による模倣 (第10変奏) は、専ら主題の高声の変奏を指示しており、主題の高声と低声が対応する図式も見られる。

PIは、考察した出版稿の第10、11変奏を欠く1854年6月15日の第1稿の段階で既に明確に現れ³⁷、模倣の「ずれ」も同様に一貫して配列の距離に対応する 【図2】。PIは2つの変奏の挿入前でも後でも整合し、PIが一貫する様に模倣の音程と変奏配列に計算が働いただろう。挿入された変奏はロマン的なもので第10変奏は特に対位法的に凝っている。彼や過去の巨匠にとって対位法の最も複雑な形式は自身の感情を表現する自然な手段だった。純粹にロマン的な理念が彼を最も厳格な構造上の完全さに駆り立てる事ができたのはブラームスの特性である³⁸。

【譜例2】 作品9の第10変奏 (伴奏は省略) における a) 3度から4度に拡がる反行の模倣 (mm. 5~8); b) 8度上と7度下の3声カノン、3度の2声の反行の模倣 (mm. 21~28)

The image shows two musical excerpts, labeled a) and b).
 a) Measures 5-8: A treble clef staff with a key signature of one sharp (F#) and a 2/4 time signature. It shows a melodic line starting on G4. An interval of a 3rd degree (G4 to B4) is indicated with a double-headed arrow. This is followed by a 4th degree interval (B4 to D5), also indicated with a double-headed arrow. A black arrow points upwards from the D5 note.
 b) Measures 21-28: A treble clef staff with the same key signature and time signature. It shows a 3-voice canon. An interval of an 8th degree up (G4 to G5) is indicated with a double-headed arrow. Another interval of a 7th degree down (G5 to B4) is indicated with a double-headed arrow. A 3rd degree interval (B4 to D5) is also indicated with a double-headed arrow. There are triplets of eighth notes at the end of the excerpt.

【譜例3】 作品9の第15変奏の6度下のカノン（伴奏は省略）における（平行短調の）音階構成音 des の異名同音 cis への読み替えによる5度下への「ずれ」の回避（mm. 9~12）、及び音階構成音の使用による7度下への「ずれ」（mm. 14~16）

音階構成音 des を異名同音 cis に読み替え

彼は後のヨアヒムとの対位法の訓練において、バッハの《フーガの技法》BWV1080の主題から全ての音程の模倣を作る試みを行う³⁹。同じ訓練で彼は、変奏曲において重要なのは主題の旋律より低声と述べた後、F-durの変奏曲主題の旋律構成音の、別の調D-durの変奏における認識に関して次の様に批判した⁴⁰。

[変奏曲主題の] 旋律構成音がその [別の調の変奏の] 中にある事は全く正しい。だがそれらは、D-dur [別の調] の中では我々には確かに別の [音] 度の上に響く。そして我々は構成音を、ただ目によって見つける事ができるに過ぎない⁴¹!

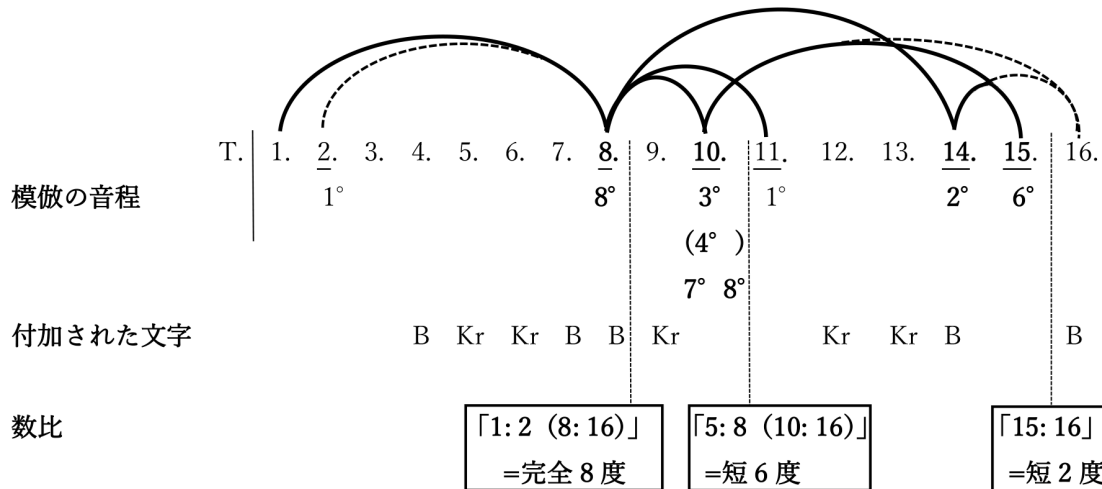
ブラームスは旋律構成音を音度の上に、視覚によって見ており、カノンにおける度数（模倣の音程）の把握と同じ理性的な構造認識をした。彼は当時、カノンの技術を計算に入れる事に言及しており、聴覚的というより視覚的に鮮明なPIは作曲者の構造的な認識と合致する⁴²。

作品9は《ゴルトベルク変奏曲》の様にPIを示したが、両作品は数比（音程比）や模倣の転回音程の扱いの点でも類似する。数比に関して、《ゴルトベルク変奏曲》の主題構成「16小節：16小節」、及び曲の後半を開始する序曲（第16変奏）による楽曲構成「16曲：16曲」は、完全1度の音程比「1：1」を示すが⁴³、ブラームスの作品9のほぼ完全なカノン（第8、第14、第15変奏）の模倣（完全8度、短2度、短6度）⁴⁴の音程比は、全16変奏における各カノンの位置と関わる。すなわち第8変奏の完全8度の音程比「1：2（8：16）」は第8変奏、第14変奏の短2度の音程比「15：16」は第15変奏、第15変奏の短6度の音程比「5：8（10：16）」は第10変奏の位置を指す。これらは全16変奏における当該カノンの位置（第8変奏）、PIが指示する先のカノンの位置（第15、第10変奏）と符合していた⁴⁵【図1】。

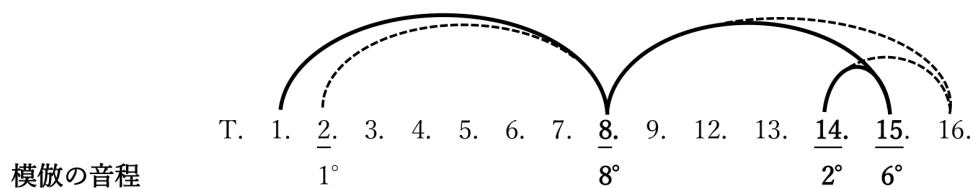
模倣の転回音程に関して、《ゴルトベルク変奏曲》の音程カノンでは転回音程をなす完全4度と5度のカノンのみ反行カノンだった⁴⁶。作品9のPIでは、第14、第15変奏の長2度と短6度の、主題の高声による順行カノンと、第10変奏の短7度と長3度の、主題の低声による反行の模倣が転回音程の対応をなす⁴⁷【図1】。これは主題の低声による反行の模倣を用いる第

図の T は主題を表す。

【図 1】 作品 9（出版稿）の PI と数比の構成（【図 1】【図 2】における点線は模倣の音程の「ずれ」による）



【図 2】 作品 9（第 1 稿）の PI の構成（変奏番号は出版稿のものに従う）



10 変奏の挿入により明示される。

以上の考察は精度の高い一貫した PI 及び数比の利用を示す。彼は作品 9 の自筆譜において、第 4、第 7、第 8、第 14、第 16 変奏に「B」（ブラームス）、第 5、第 6、第 9、第 12、第 13 変奏に「Kr」（若きクライスラー：ブラームスの筆名）の文字を記入し、作品の二重構成を示した【図 1】。後者は当時彼が心酔していた E. T. A. ホフマンの小説に登場する音楽家で、ホフマンのもう 1 つの自我である楽長クライスラーになぞらえたものである⁴⁸。ホフマンの『カク風幻想曲』（1814, 1815）の「クライスレリアーナ」は、人々が《ゴルトベルク変奏曲》の冒頭からの演奏（一連の音程カノン）に退屈する一方、クライスラーはそれに魅了される様を描写し、対位法における数字関係、数の上の均整などにも言及した⁴⁹。

文字がつく各変奏について、「B」の変奏のカノン（第 8、第 14）と最終変奏（第 16）は PI の構成と直接関わり、残る第 4、第 7 変奏もカノンと関わるが、「Kr」の変奏は模倣を行わず PI と関わらない⁵⁰。これは、ホフマンの代表作『牡猫ムルの人生観』（1819, 1821）の特徴的な二重構成、すなわち主人公ムルの自伝にクライスラーの伝記の断片が前後入れ替わって紛れ込み、それらが交互になる組合せの構成を思わせる⁵¹。つまり「B」（作曲者自身）の変奏

が関わるPIの構成に、PIと関係ない「Kr」の変奏が時折混ざり交互になる。PIは変奏を飛び越えて作用するので、模倣を用いない「Kr」の変奏であっても「B」の変奏の間に入る事でPIの全体構成に役立つ【図1】。ホフマンに心酔したブラームスは、彼が用いた斬新な二重構成を理解していただろう。PIは数学的な遠方の予測や変奏配列の順列・組合せにより、その前提となる様々な音程の模倣は旋律自身の対位法的組合せによる。作品9のカノン群を一体化させる構造的統制のPIは⁵²、構造の正確さの点で後年のシェーンベルクらの高評価に通じるに違いない。

PIはブラームス作品において特別でなく⁵³、彼の変奏曲など小曲構成の作品、変奏楽章を持つ作品のうち35作品に現れる⁵⁴【分析結果一覧】。例えば《第4交響曲》作品98(1886)の変奏楽章の主題と30の変奏とコーダのうち、第9、第11、第13、第21、第23、第30変奏は完全8度あるいは同度、第18、第28変奏とコーダは完全4度、第10、第19、第20変奏は長(短)2度の模倣を行う。PIは第11、第18変奏、第23、第30変奏などの距離「8」、第18、第21変奏、第28変奏とコーダの距離「4」、第9、第10変奏などの距離「2」に現れる⁵⁵。なおPIが現れるのは個別作品に限らず、晩年の《6つのピアノ小品》作品118及び《4つのピアノ小品》作品119(1893)の全10曲の配列における鮮明なPIも確認された⁵⁶。

西洋音楽の対位法は元来大きさを持たない点と点の空間の概念を持っており⁵⁷、カノンの模倣の声部の空間(模倣の音程)、及び各小曲は、全音と半音や小曲の長さにかかわらず順序数で数えられる。両者の対応PIは対位法の構造的性、数理性と符合している。

第3章 カノンの模倣と数比に関する技法

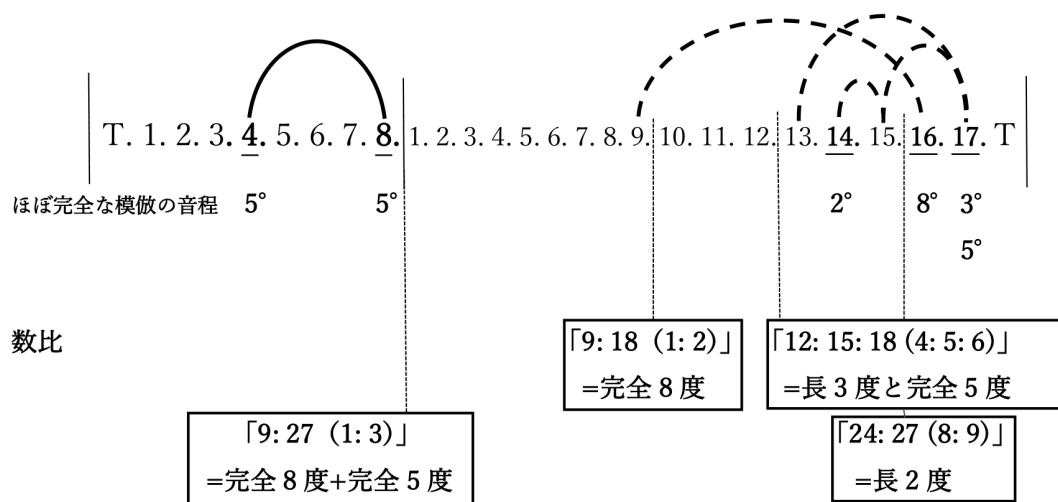
本章はカノンの模倣と数比に関する技法を掘り下げる。前章でPIを示した作品98の変奏楽章は、《ゴルトベルク変奏曲》の変奏曲数と同じ30の変奏とコーダからなり、第12-15変奏の中間部の後に主題が回帰する(第16変奏)。作品を通じたこの中間の回帰は、《ゴルトベルク変奏曲》の後半を開始する序曲(第16変奏)を思わせる⁵⁸。これは《ゴルトベルク変奏曲》の楽曲及び主題の数比構成「16:16」=完全1度の音程比「1:1」であり、ブラームスの場合も楽曲構成「16曲:16曲」=主題構成「4(2+2)小節:4(2+2)小節」=「1:1」となる。後者の変奏配列はソナタ形式の構成原理に接近し、主題-第3変奏(主楽節)、第4-7変奏(副楽節)、第8-11変奏、第12-15変奏(展開部)、第16-23変奏、第24変奏以降(再現部)に区分され⁵⁹、全体「32」の2等分や4等分を示し主題の構成比と対応する。作品9の様にPIと数比が関わる構成としては、唯一の完全なカノンである第30変奏(完全8度)のPIは変奏曲全体の「1:2」の位置を指示する(第30→第23→第16変奏)。

数比構成は、彼が作品98の前段階として作曲した管弦楽の《ハイドンの主題による変奏曲》作品56a(1874)においても現れる。そこでは全29小節の変奏曲主題と8つの変奏があり、続く終曲は(第9変奏ではなく)変奏曲主題冒頭5小節によるオスティナートを17回行い、最後に変奏曲主題が戻る。作品全体は、主題と8つの変奏、オスティナートが4つと4つ、同じく5つ、4つと主題に区分され、「9:8(4+4):10(5+5)」を示し⁶⁰、変奏曲主題の

区分「10 (5+5) 小節:8 (4+4) 小節:9小節」と対称をなす⁶¹。さらにこの「10:8:9」から生じ得る単純な比全て、すなわち「8:9」「9:10」(長2度)、「8:10」=「4:5」(長3度)、「9:18」=「1:2」(完全8度)、「18:27」=「2:3」(完全5度)、「9:27」=「1:3」(完全8度+完全5度)の音程は、作品で用いられるほぼ完全な模倣⁶²、すなわち第4、第8変奏の完全5度上、オスティナートの第14の長2度上、第16の完全8度下、第17の長3度と完全5度下の音程と一致する。

これらはPIと数比が関わる構成を示し、オスティナートの第14の長2度上は、第15すなわち作品全体の「24:27」=長2度の音程比「8:9」の位置を指す(第14→第15)。第16の完全8度下は、第9すなわち終曲全体の「9:18」=完全8度の音程比「1:2」の位置を指す(第16→第9)。第17の3度下と5度下は、第15、第13すなわち終曲全体の「12:15:18」⁶³=長3度と完全5度の音程比「4:5:6」の位置を指す(第17→第15→第13)。第4、第8変奏の5度上は、第8変奏すなわち作品全体の「9:27」=完全8度+完全5度の音程比「1:3」の位置を指す⁶⁴(第4変奏→第8変奏)【図3】。第8変奏の位置は作品全体に対し、オスティナートの第9、第12の位置は終曲全体に対し比を示し、第15の位置は、作品及び終曲全体に対する比の二重構成を示す。

【図3】 作品 56a における PI と数比が関わる構成



この様に、作品56aはPIと数比が関わる構成を示す。主題の構成比に関して、ブラームスが具体的に部分の長さや比率の問題に関心があった事は、既に習作のジークの自筆譜から確認される。彼は当初ジーク後半の小節数を前半から続けて数えたが、途中で後半冒頭の小節番号「20」を消し「1」から数え直した。彼は各部分の小節数を数え、予め計画された様相に近い全体を維持する事も求めたが、バッハのジークの前半と後半の小節数は数比の関係を明示している⁶⁵。ブラームスが丹念に利用した18世紀の理論書は、純正律の単純な数比を説明し、こうした数比の実用と一致する⁶⁶。

PIと数比が関わる構成はブラームスの14作品に現れる⁶⁷【分析結果一覧】。数比の実用では、作品9の変奏曲数「16」(2の4乗)、作品98の変奏楽章全体「32」(2の5乗)、作品56の楽曲全

体「27」(3の3乗)など簡単な比で分割しやすい曲数が際立つ⁶⁸。バッハの《無伴奏ヴァイオリンのための3つのパルティータ》第2番BWV1004の〈シャコンヌ〉の全体「64」(4の3乗、2の6乗)という過去の範例も顕著である⁶⁹。18世紀には数学者L. オイラーが音楽の快さを測るために音程比を素因数分解する理論を開発したが⁷⁰、簡単な比による分割は音楽作品の理解を助け、作曲者にとって暗黙のルール、作曲上の制約となっていたであろう。

【分析結果一覧】PIを示す作品[作品番号のみ表示、丸括弧内は変奏楽章の楽章番号]: 9, 18(2), 21-1, 23, 24, 36(3), 39, 67(4), 76, 86, 87(2), 98(4), 103, 104, 111(2), 113, 115(4), 116, 118, 120-2(3), 122; PIを部分的に示す作品: 1(2), 2(2), 21-2, 28, 35, 44, 52, 56, 58, 65, 66, 92, 110, 112; PIと数比が関わる構成を示す作品: 1(2), 9, 18(2), 21-1, 21-2, 23, 24, 35, 39, 44, 52, 56, 65, 98(4).

こうした作曲上の制約について、考察してきたカノンの模倣の創作には元より旋律の制約がある。ブラームスは習作のフーガ書法のジグ主題を、対位法的に主題自身の組合せである様に作った⁷¹。例えば、1小節遅れのカノンが曲として成り立つには、1小節前と今の旋律の形が和声的に合っているはずで、作曲上、主題旋律は予めその目的に合う様に設計されるため、旋律が大分制約される。それが1/2小節、1/4小節となれば、なおさら制約が大きく、可能な旋律は限られ、同じ様な旋律で様々な時間差が可能なら、さらに選ばれた旋律となる。これは様々な音程の模倣に関しても同じ事である⁷²。シェーンベルクとブラームスはともに、その後の対位法的展開を見越して最初の主題旋律を逆算し設定する数学者と同様の頭脳を持っていた⁷³。対位法的な組合せ性を持つブラームスの旋律⁷⁴、作品全体の数比やPIの構成はともに、作曲上の制約の文脈で理解される。他方で、カノンの模倣を用いる事は主題旋律の方向を定め、その曲らしさ、作曲家らしさを規定する要素になり得る⁷⁵。

ブラームスは作曲上の助言として、「作品を寝かせ、それが1つの完成した芸術作品として仕上がるまで、音符の多過ぎ少な過ぎがなくなり改善できる小節がなくなるまで何度も書き直す。それが美しくもあるかどうかは全く別の事だが、それは完璧であるに違いない」⁷⁶と述べた。彼のPIと数比の構成は、初歩的で臨機応変な数理的技法の実用性、パズルの様な単純性を示した。技法の実用性や単純性、旋律の制約と対位法的な組合せ性を考えると、簡潔な仕組みの12音技法を提唱するシェーンベルクが彼の音楽を受け入れたのも故なき事ではない。シェーンベルクによると、数学の公式においては遠い過去、現実のこの現在、そして最も遠方の未来が結合され、機敏でよく訓練された人は、遠方の問題、自身が既に理解している単純な問題のより遠方の結果が語られる事を要求し、簡潔で明快な言葉で語ってほしいと強く求める。シェーンベルクはさらに、「ブラームスが、自身が“恩寵の贈り物”と呼んでいた着想を苦心して作り出す事の価値を信じていたのは疑いない。(中略)数学者やチェス競技者の精神がその様な頭脳の奇跡を行う事ができるなら、なぜ音楽家の精神にそれができないのだろうか」と述べた⁷⁷。ブラームスは19世紀において際立ち、カノンの模倣と数理的思考の様相において20世紀を指向している。

結

ロマン派音楽と数理の関係について研究は十分でなかったが、ブラームス作品では複雑な数学というより単純明快な数理的技法が実用されていた。本論は意識的な作曲であるカノンの模倣に集中し、対位法と作品の組立て、表現手段に数理的思考を見出した。通作的な作品では模倣の時間差の規則性が、変奏曲など小曲構成の作品ではPIや数比の技法が用いられた。その様な技法は伝統的に使われており、それらに影響されたブラームスは自作品において技法を数理的仕組みとして利用した。これは歴史的に際立ち、18世紀と20世紀の模倣技法を繋ぐ。西洋音楽を通底する数理はロマン派においても有用で、本論は音楽史の研究に新たな観点を提供する事が期待される。

¹ 津上; 赤塚 (2021). 第1-第3章参照。

² この傾向は主要音楽事典の項目「数と音楽」 Tatlow; Griffiths (2001) や「音楽と数学」 Saffel, et al. (2015) を始め関連研究の記述と参考文献から如実に読み取られる。

³ 例えば Krebs (1999) は R. シューマン (1810-1856) らの音楽に現れる拍節的不協和を、多層的なグルーピングの数値の公倍数的な把握などにより簡潔にまとめた。これは拍節における簡単な数理的思考を示唆する。

⁴ Mann; Wilson; Urquhart (2001) 参照。

⁵ 三島 (2021). この「音程カノンの構成原理 Construction Principle of Interval Canons, PI」は、彼らの周辺の C. ライネケ (1824-1910) のピアノ変奏曲においても現れ、筆者の研究発表 (日本音楽学会東日本支部第38回定例研究会他) で確認された。

⁶ Schoenberg (1950). 48-51; 55-56; 80-82; 98-99; 170-179; Jenkins (2016). 63参照。

⁷ Bozarth; Frisch (2001) 参照。

⁸ 彼は大部分の自作品のソースを破棄しており、また数理の利用について作曲者の発言を見極めるのは難しい。

⁹ こうした順次配列は宗教的高揚と結びつく。Reese (1954). 133参照。

¹⁰ ストレットは興奮と強度を増す手段として曲の結び近くでの使用が唱えられ、曲を適切な終結の方に導いた。Walker (2001). ストレットは学習フーガにおいて必須のものになり、そこでは理論的には頂点を作り出す様に次第に時間差を狭めていく事になっていたが、その効果は実作品では散発的にしか見られない。Bullivant (1980).

¹¹ Wetschky (1967). 32; 三島 (2015). 98-101参照。1855年に起源を持つ彼の「3:2」の縮小カノンは時間差を一定の比率で縮める。Horne (2002). 555ff. 参照。

¹² 模倣の応答はアクセント記号で強調される。

¹³ 旋律の提示 (mm. 249~) の後、より持続する同時の模倣 (mm. 253~) が現れる。

¹⁴ 《ピアノ四重奏曲》作品60 (1875) の第1楽章の展開部も3、2、1拍遅れのカノン、ユニゾンの第2主題に達する (mm. 177~; 199~)。この順次のストレットがユニゾンの頂点に達する事は特例の様に扱われ、規則性として追究されない。Wetschky, 114-116; Rostand (1978). 525-526参照。

¹⁵ Agmon (2018). 251-252.

¹⁶ Brodbeck (1998). 217ff.

¹⁷ Horne, 530-531. 習作の舞曲旋律の一部は彼の公的作品で再利用される。Ibid., 553ff..

¹⁸ Agmon, 240; Marpurg (1755). 300; 315.

¹⁹ Horne, 543ff.; 三島 (2021). 5. 種々の模倣技法の実践は、例えばブラームスの《3つの宗教的合唱曲》作品37 (1865) に明白で、その第1曲は1/4小節遅れの二重 (外声と内声) の完全4度下と長2度上の厳格な反

- 行カノンという複雑な書法による。第2曲の4声カノンは完全4度下、完全5度下、完全8度下(同度)、第3曲の1小節遅れの反行カノンは長3度下(上)と短7度下で、作品は全体として様々な音程と時間差のカノン構造を持つ。
- ²⁰ 新ブラームス全集版楽譜(2007). XXV; Brodbeck(1994); Horne参照。この訓練もマールブルクの書の内容と繋がる。Ibid..
- ²¹ Brodbeck(1994). 32n4; 三島(2015). 94-97及び本論の第2章参照。
- ²² ネフ; 川本(2013). 208.
- ²³ Cahn(1986); Klotz(1999)参照。
- ²⁴ 注5を参照。
- ²⁵ 三島(2021). 2参照。
- ²⁶ 彼の1820頃の習作の変奏曲MWV-Z1-119、同じ調による1841年の《厳格な変奏曲》U156(作品54)などはPIを共有するが、彼の初期教育は18世紀のJ.P.キルンベルガーの理論書により、ブラームスもバッハの《音楽の捧げ物》BWV1079のカノンの解決法を含む同じ書に取り組んでいた様である。三島(2021); Brodbeck(1994). 33n8. なおキルンベルガーは彼の祖父で数理的思考を持つ哲学者モーゼス・メンデルスゾーンに音楽のレッスンを施した翌年、数学的なさいころ音楽を指南する『*Der allezeit fertige Polonoisen- und Menuettencomponist*』(1757)を出版した。Lütteken(1999). 136-139; 松原(2020). 58-59n33.
- ²⁷ Swarowsky(1979). 231; Danuser(1983). 91-92; Notowicz(1971). 63; 163. シェーンベルクは自身の出版物では作品9に言及しないが、彼らは各カノンの音程と構造を認識したはずである。
- ²⁸ Geiringer(1947). 210.
- ²⁹ 一般に模倣の音程の長短などは頻繁に入れ替わり一定しない。
- ³⁰ 三島(2012). 17-19; 三島(2015). 114-117.
- ³¹ これらの変奏は複縦線により平行移動の模倣を示す。
- ³² 以降把握しやすい様に、模倣の各声部の開始音を括弧内に示す。
- ³³ こうした細部の確実性は筆者の研究発表(美学会東部会平成28年度第5回例会)で明らかになった。以降の分析はこの内容を含む。
- ³⁴ 三島(2015). 158n15参照。
- ³⁵ Danuser, 103; Neighbour(1984). 267参照。
- ³⁶ 上記の模倣声部での異名同音cisへの読み替えの様に、当該箇所先の導声部のcesとfを異名同音のhとeisに読み替えると、模倣の減(短)7度下への「ずれ」も長(増)6度下になり(h-d; eis-g)、第15変奏は終始6度下のカノンになる【譜例3】。実際にはこれらの読み替えはなく、変奏の調の(平行短調の)音階構成音が使われ7度下への「ずれ」だけ許容されたが、この変奏だけ主題の調の同主調の異名同音調Ges-durである事からこの「ずれ」は生じやすい。異名同音については、ヨアヒムが第6変奏での使用を指摘している。Moser(1908). 46参照。
- ³⁷ 三島(2012). 20; 三島(2021). 6-7.
- ³⁸ Geiringer, 211; 296参照。作品9に影響を与えたR.シューマンの《ゲーヴィット同盟舞曲集》作品6や《クララ・ヴィークの主題による10の即興曲》作品5の初版などにはPIが緩やかに現れる。ブラームスは彼の《パピヨン》作品2の第3曲の短3度上と同度のカノンから5曲目の第7曲のワルツを、完全5度上の反行カノンに編曲しており(補遺Ⅲ, 5:1845、1855年頃記録)、PI利用においてシューマン作品との関係は重要である。
- ³⁹ 三島(2015). 47-49; Moser, 133ff. 参照。当時作品9に感化されただろうヨアヒムの《自作主題による変奏曲》作品10(1855)の第2変奏は明確な同度のカノン、第5変奏のフガートは完全4度下(完全5度上)と同度、長6度下(反行形)で、第5、第2変奏、主題の距離「4」「6」はPIを示すが、ヨアヒムはブラームスが作品9においてカノンの全てなど自身の技法を隠している事を褒め、彼を「見事な建築士」と称えている。Uhde(2018). 254; 三島(2021). 6-7; Moser, 45参照。
- ⁴⁰ Uhde, 269ff. 彼らはここで変奏の技法や配列を研究した。Moser, 147.
- ⁴¹ Ibid.. []は引用者による。1856年6月、ヨアヒム宛の書簡。
- ⁴² Ibid., 133ff.. 異名同音を用いる作品9のPIの構成は聴覚的には鮮明でない。

- ⁴³ Dammann (1986). 68-76.
- ⁴⁴ 第15変奏の中間部のカノンは短6度下で始まる。
- ⁴⁵ 三島 (2015). 134ff. 数比の構成は第1稿では一貫しない。
- ⁴⁶ Breig (1975). 249ff. 参照。
- ⁴⁷ 三島 (2015). 196-198参照。同様に第10変奏の4度の反行の模倣には第15変奏の5度の順行の模倣が対応するだろうが、上記の通り後者は回避された。なお主題の高声と低声を分けて変奏する手法はシューマンの作品5などにおいても用いられる。
- ⁴⁸ ブラームスはここで、ホフマンらロマン派文学の中心テーマである二重存在を捉えたシューマンの、自我を具体化した「F(フロレスタン)」と「E(オイゼビウス)」の文字を各小曲に付ける作品6を真似ている。Neighbour, 267; 藤本 (2008). 31-32; 39; 158参照。
- ⁴⁹ Hoffmann (1814)の作品1、4、5参照。これらは筆者の研究発表(日本音楽学会第66回全国大会他)で確認された。
- ⁵⁰ 第4、第10変奏の旋律や、第7(自由模倣)、第8変奏は関連し、「B」の変奏は一体だが、総じてテンポの速い「Kr」の変奏の相互関係は断片的に見える。
- ⁵¹ ムルの自伝はほぼ時間の経過に従い筋が通るが、クライスラーの伝記は断片的で前後が入れ替わり欠落もある。Hoffmann (1819, 1821)の訳書 (1972). 796ff.の解説参照。
- ⁵² 三島 (2021). 6-7参照。
- ⁵³ これは特に彼のピアノ変奏曲に共有される。三島 (2015). 113ff. なお三島 (2015)と本論の分析方法は基本的に同じだが、本論は彼の作品全般を扱うに当たり、模倣を4小節以上あるいはその変奏の過半数の長さで持続するものを検討するという前者の分析の際の条件を外し、旋律が平行移動する模倣についてはそれが小曲全体に及ぶものだけを検討した。また本論は、8度の模倣を場合により実質的に同じである同度の模倣と見なし、模倣の向きと小曲を数える向きの関係をあくまで副次的なものとした。Ibid., 69; 91-93参照。両者の分析内容の異同としては、本論では特に作品23の変奏曲において第10変奏の短6度上のカノン (mm. 9~10)なども検討される上、第4変奏の同度のカノンにおける増7度への「ずれ」(mm. 20~21; 33~34: b-ais)も観察され、第4、第5変奏(同度の模倣)と第10変奏の距離「7」「6」などはPIを示す。Ibid., 102; 125-126参照。
- ⁵⁴ 作品番号を持つ作品を分析し、長大で通作的なソナタ楽章などは扱わない(変奏楽章を持つ作品は変奏楽章だけを分析)。
- ⁵⁵ 作曲者によるピアノ用編曲版も参照。作品98の第3楽章冒頭の主旋律とその同時の反行の動きは、初期の《ピアノ・ソナタ》作品1 (1853)の第1、第4楽章冒頭的主旋律に現れるが、その第2楽章の変奏曲は既にPIの片鱗を示す。三島 (2015). 160n17参照。
- ⁵⁶ 筆者の研究発表(第68回日本音楽学会第68回全国大会)が考察。それらの小曲のホログラフには一部散発的、不連続的に作品及び小曲番号が記入され、当初作品119は第2集とされ、2作品は一体で単一作品名《*Clavierstücke von Johannes Brahms. op. 118... op. 119...*》を持っていた。Cai (1986). 36; 58-60; 102; Kalbeck (1919). 105参照。
- ⁵⁷ 津上 (2006). 41-42。「合間」を意味する *diastēma* という同じ語は、空間的距離と音程の両方を意味する事から、古代ギリシャにおいて宇宙における天体の配置を音階における各音の配置に重ね合わせて説明しようとした。津上; 赤塚, 50-51.
- ⁵⁸ 注7を参照。
- ⁵⁹ Schmidt (1983). 97-98参照。
- ⁶⁰ ブラームスは終曲のオスティナート主題に変奏曲主題の最も重要な特徴を結合させた。Orel (1923). 313-314. 彼は変奏曲の終曲を度々複数の変奏部分で構成しているが、仮にここでオスティナートでなく変奏曲主題と同じ長さの変奏が同じ回数続いたなら、演奏時間は変奏曲として異例となる。簡潔なオスティナート主題を用いるのは単に曲の長さを整える意味もあるだろう。
- ⁶¹ 三島 (2015). 189-196: 2台ピアノ用の作品56bの分析参照。変奏曲主題の最後の2小節は単に終止和音の延長で、上記のものは実質的な主題27小節による。
- ⁶² 各変奏及びオスティナートにおいて模倣の密接さや確定された音程の持続が明示される統一的なものとし、また管弦楽の旋律のオクターヴの声部移動は扱わない。シェーンベルクはこの作品の変奏の全てが

- その不規則な構成の変奏曲主題に由来する事を強調した。Schoenberg, 149-151; 三島 (2015). 194-195.
- ⁶³ 比の分割点は第13に接する【図3】。
- ⁶⁴ これは三島 (2015). 196において示唆された。
- ⁶⁵ Horne, 531-533; Dammann, 35-36. 当時彼は勉強中のバッハのジーグの比率に接近させる事で満足したらしい。Horne, Ibid..
- ⁶⁶ 例えばMattheson (1739). 41ff.; 三島 (2015). 10-11参照。多くとも数十の構成を分けるには簡単な整数比を用いるのが現実的である。
- ⁶⁷ これも特に彼のピアノ変奏曲に共有される。Ibid., 132ff..
- ⁶⁸ 変奏曲では主題を曲数に数えるか定かでないが、メンデルスゾーンの変奏曲ではPIの始点は第1変奏の場合も主題の場合もある。三島 (2021).《ゴルトベルク変奏曲》では音程カノンは第1変奏から始まり、数比の構成は主題を数えて検討している。Dammann, 36-37参照。数比の実用では、分割しやすい単純な曲数が認識されていただろう。
- ⁶⁹ 主題は4小節、シャコンヌ全体は256小節と捉える。Ibid..
- ⁷⁰ Gottschewski (2006). 229ff. 参照。
- ⁷¹ Horne, 531.
- ⁷² 例えば同度の模倣では比較的旋律の制約がないだろう。
- ⁷³ 注6を参照。
- ⁷⁴ 既存の素材を再利用する際も旋律がカノンになるか考慮されたに違いない。19世紀の音楽作品の考察は旋律の陳腐な類似に終始しがちだが、特に彼の旋律は対位法結合から加工を考える事が適切である。
- ⁷⁵ 例えばブラームスらが多用、重視した特徴的な動機や旋律は、構造上様々なカノンの模倣に加工しやすい形をしていた事などが予想され、対位法的な作曲家全般にとって対位法結合の可能性は旋律の設定の前提だっただろう。これらについては稿を改めて論じたい。
- ⁷⁶ Henschel (1907). 39. 1876年7月12日記述、友人G. ヘンシェル作曲の歌曲に対する助言。
- ⁷⁷ Schoenberg, 55-56; 86; 98-99; 153ff. 参照。12音技法と全音階的なPIの簡潔な仕組みについては、筆者の研究発表 (日本音楽学会東日本支部第38回定例研究会) が言及した。伝統的に作曲家が誇示するカノンの対位法の仕掛けの名人芸は調性的和声の消滅とともに姿を消すが、確かに無調のカノンに和声上の困難はない。Rosen (1996). 55参照。

引用文献

- Agmon, Eytan (2018). "Rhythmic Displacement in the Fugue of Brahms's Handel Variations: The Refashioning of a Traditional Device" in Scott Murphy (ed.), *Brahms and the Shaping of Time*. Rochester: University of Rochester Press, 239-259.
- Breig, Werner (1975). "Bachs Goldberg-Variationen als zyklisches Werk." *Archiv für Musikwissenschaft* 32(4), 243-265.
- Brodbeck, David Lee (1994). "The Brahms-Joachim Counterpoint Exchange; or, Robert, Clara, and 'the Best Harmony between Jos. and Joh..'" in David Lee Brodbeck (ed.), *Brahms Studies*. 1, Lincoln; University of Nebraska Press, 30-80.
- (1998). "Brahms's Mendelssohn." in *Brahms Studies*. 2, 209-231.
- Bozarth, George S.; Frisch, Walter (2001). "Brahms, Johannes," *Grove Music Online*. *Oxford Music Online*, Oxford University Press, <https://doi.org/10.1093/gmo/9781561592630.article.51879>. [引用文献中のURLの最終閲覧日は全て2021年9月30日]
- Bullivant, Roger (1980). "Stretto," Stenley Sadie (ed.), *The New Grove Dictionary of Music and Musicians*. 1st ed., 18. London: Macmillan, 269.
- Cahn, Pater (1986). 'Christoph Graupners "Kanon" als Versuch einer systematischen Imitationslehre.' *Musiktheorie* 1, 129-137.
- Cai, Camilla (1986). *Brahms' Short, Late Piano Pieces-Opus Numbers 116-119: A Source Study, an Analysis and*

- Performance Practice*. Dissertation, Boston University.
- Dammann, Rolf (1986). *Johann Sebastian Bachs "Goldberg-Variationen"*. Mainz: B. Schott's Söhne.
- Danuser, Hermann (1983). "Aspekte einer Hommage-Komposition: Brahms' Schumann-Variationen op.9." in Friedhelm Krummacher; Wolfram Steinbeck (eds.), *Brahms-Analysen*. Kassel: Bärenreiter, 91-106.
- Geiringer, Karl (1947). *Brahms: His Life and Work*. London: Allen & Unwin.
- Gottschewski, Hermann (2006). "Is Japanese Music more consonant than Western Music? An Application of Leonhard Euler's Music Theory" (日本音楽は西洋音楽より協和的なのか：レオンハルト・オイラーの音楽論の適用)『お茶の水音楽論集』(*Journal of the Musicological Society of Ochanomizu University*) 特別号 (徳丸吉彦先生古稀記念論文集) 東京：お茶の水音楽研究会, 227-240.
- Henschel, George (1907). *Personal Recollections of Johannes Brahms*. Boston: Richard G. Badger.
- Hoffmann, Ernst Theodor Amadeus (1814). "Kreisleriana." in *Fantasiestücke in Callot's Manier: Blätter aus dem Tagebuche eines reisenden Enthusiasten*. Erster Teil, III, Bamberg: C. F. Kunz. [深田甫 (訳)「クライスレリアーナ」, 『ホフマン全集1：カク風幻想作品集I』 (1976) 東京：創土社, 51-133.]
- (1819, 1821). *Lebensansichten des Katers Murr: nebst fragmentarischer Biographie des Kapellmeisters Johannes Kreisler in zufälligen Makulaturblättern*. Belrin: Dümmler. [深田甫 (訳)『ホフマン全集7：牡猫ムルの人生観』 (1972) 東京：創土社.]
- Horne, William (2002). "Through the Aperture: Brahms's Giges, WoO4." *Musical Quarterly* 83(2), 530-581.
- Jenkins, J. Daniel (ed.) (2016). *Schoenberg's Program Notes and Musical Analyses*. New York: Oxford University Press.
- Kalbeck, Max (ed.) (1919). *Johannes Brahms Briefwechsel*. XIII, Berlin: Deutsche Brahms Gesellschaft.
- Klotz, Sebastian (1999). 'Ars combinatoria oder "Musik ohne Kopferbrechen": Kalküle des Musikalischen von Kircher bis Kirnberger.' *Musiktheorie* 14, 231-245.
- Krebs, Harald (1999). *Fantasy Pieces: Metrical Dissonance in the Music of Robert Schumann*. New York: Oxford University Press.
- Lütteken, Laurenz (1999). 'Zwischen Ohr und Verstand: Moses Mendelssohn, Johann Philipp Kirnberger und die Begründung des "reinen Satzes" in der Musik.' in Anselm Gerhard (ed.), *Musik und Ästhetik im Berlin Moses Mendelssohns*. Wolfenbütteler Studien zur Aufklärung, 25. Tübingen: Niemeyer, 135-163.
- Mann, Alfred; Wilson, J. Kenneth; Urquhart, Peter (2001). "Canon," *Grove Music Online*, <https://doi.org/10.1093/gmo/9781561592630.article.04741>.
- Marpurg, Friedrich Wilhelm (1755). *Handbuch bey dem Generalbasse und der Composition*. Berlin: Gottlieb August Lange.
- Mattheson, Johann (1739). *Der vollkommene Capellmeister*. Hamburg: Verlegts Christian Herold.
- McCorkle, Margit L. (1984). *Johannes Brahms Thematisch-Bibliographisches Werkverzeichnis*. München: Henle.
- Moser, Andreas (ed.) (1908). *Johannes Brahms Briefwechsel*. V.
- Neighbour, Oliver (1984). "Brahms and Schumann: Two Opus Nines and beyond." *19th Century Music* 8(3), 266-270.
- Notowicz, Nathan (1971). *Wir reden hier nicht von Napoleon. Wir reden von Ihnen! Gespräche mit Hans Eisler und Gerhard Eisler*. Jürgen Eisler (ed.), Berlin: Verlag Neue Musik.
- Orel, Alfred (1923). "Skizzen zu Joh. Brahms' Haydn-Variationen." *Zeitschrift für Musikwissenschaft* 5(6), 296-315.
- Reese, Gustave (1954). *Music in the Renaissance*. New York: Norton.
- Rosen, Charles. (1996). *Arnold Schoenberg*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Rostand, Claude (1978). *Brahms*. Paris: Fayard.
- Saffel, Michael, et al. (2015). "Musik und Mathematik," *MGG Online*. Bärenreiter; Metzler; RILM, <https://www.mgg-online.com/mgg/stable/12850>.
- Schmidt, Christian Martin (1983). *Brahms und seine Zeit*. Laaber: Laaber-Verlag. [江口直光 (訳)『ブラームスとその時代』 (2017) 東京：西村書店.]
- Schoenberg, Arnold (1950). *Style and Idea*. Dika Newlin (ed.), New York: Philosophical Library.

- Swarowsky, Hans (1979). *Wahrung der Gestalt: Schriften über Werk und Wiedergabe, Stil und Interpretation in der Musik*. Manfred Huss (ed.), Vienna: Universal Edition.
- Tatlow, Ruth; Griffiths, Paul (2001). "Numbers and Music," *Grove Music Online*, <https://doi.org/10.1093/gmo/9781561592630.article.44483>.
- Uhde, Katharina (2018). *The Music of Joachim*. Woodbridge: The Boydell Press.
- Walker, Paul M. (2001). "Stretto," *Grove Music Online*, <https://doi.org/10.1093/gmo/9781561592630.article.26948>.
- Wetschky, Jürgen (1967). *Die Kanontechnik in der Instrumentalmusik von Johannes Brahms*. Regensburg: Bosse.
- 津上英輔 (2006).「点が点に対する：初期対位法理論に見る contrapunctus の比喩性」『音楽学』52 (1), 32-44.
- 津上英輔; 赤塚健太郎 (編) (2021).『新訂 西洋音楽史』東京: 放送大学教育振興会.
- ネフ、セヴリン; 川本聡胤 (2013).「ケージの対位法、シェーンベルクの対位法」『言語文化』30, 194-237.
- 藤本一子 (2008).『シューマン』東京: 音楽之友社.
- 松原薫 (2020).『バッハと対位法の美学』東京: 春秋社.
- 三島理 (2012).「ブラームスの《シューマンの主題による変奏曲》op.9におけるカノン：序数と度数の法則性に着目して」『音楽文化研究』11, 15-20.
- (2015).「ブラームスのピアノ変奏曲に見られる数的な関係：模倣を使用する変奏の模倣の音程とその配列に着目して」聖徳大学大学院音楽文化研究科博士論文, 博乙第7号.
- (2021).「メンデルスゾーンが受けたピアノを用いる変奏曲の作曲教育とその実践：音程カノンの構成原理の観点から」『成城美学美術史』27, 1-17.

主な参照楽譜

- Brahms, Johannes (2007). Camilla Cai (ed.), *Klavierwerke ohne Opuszahl*. [Johannes Brahms Gesamtausgabe e. V. (ed.), *Neue Ausgabe sämtlicher Werke*. III, Band 7.] München: Henle.
- (2018). Margit L. McCorcle, et al. (eds.), *Variationen für Klavier*. München: Henle.

Brahms as Mathematician:
Application of Mathematical Techniques concerning Canonic Imitation

MISHIMA Osamu

This paper aims to reveal the mathematical thinking of Johannes Brahms (1833–1897), a romantic composer, by examining his techniques concerning canonic imitation. Preceding studies on the relationship between music and mathematics tend to focus on musical works either before the Baroque period or in the modern period. Romantic music has not been sufficiently treated in such studies. Recent studies, however, indicate that composing practice in the 19th century was related to mathematical thinking. The results of these recent studies are expected to enhance understanding of romantic music.

Among composers in the 19th century, Brahms had the strongest interest in canons. He increased interest in canons through studying Renaissance and Baroque music and integrated the regularities of time intervals of imitation in his main works. He also employed the principle of interval canons by applying the ratio of imitation intervals to the ratio of parts to the whole. These techniques had been traditionally used, and Brahms was influenced by them and used them as a mathematical mechanism in his works. Arnold Schoenberg points out, “There is no doubt that Brahms believed in working out the ideas which he called ‘gifts of grace.’ . . . If a mathematician’s or a chess player’s mind can perform such miracles of the brain, why should a musician’s mind not be able to do it?” Brahms had both the mind of a composer and a mathematician, which were similar to each other. This paper is expected to provide a new perspective of Western music history.